Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-A - TLC
Compito del 16 dicembre 2003 - Esercizi

1. Data la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{5}{s^2(s+2)}$, si calcoli

   a) La risposta impulsiva $g(t)$;

   b) L'equazione differenziale associata al sistema $G(s)$;

   c) Si commenti la stabilità del sistema e si calcoli l'uscita a regime (per $t \to \infty$) per ingresso a gradino unitario.

SOLUZIONE:

a) La risposta impulsiva è definita come $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$, dunque, applicando lo sviluppo in fratti semplici si ha:

$$G(s) = \frac{k_{11}}{s^2} + \frac{k_{12}}{s} + \frac{k_2}{s+2}$$

con:

$$k_{11} = [s^2 G(s)]\big|_{s=0} = \tfrac{5}{2}$$
$$k_{12} = \tfrac{d}{ds}[s^2 G(s)]\big|_{s=0} = -\tfrac{5}{4}$$
$$k_2 = [(s+2)G(s)]\big|_{s=-2} = \tfrac{5}{4}$$

e antitrasformando ciascun termine elementare si ha:

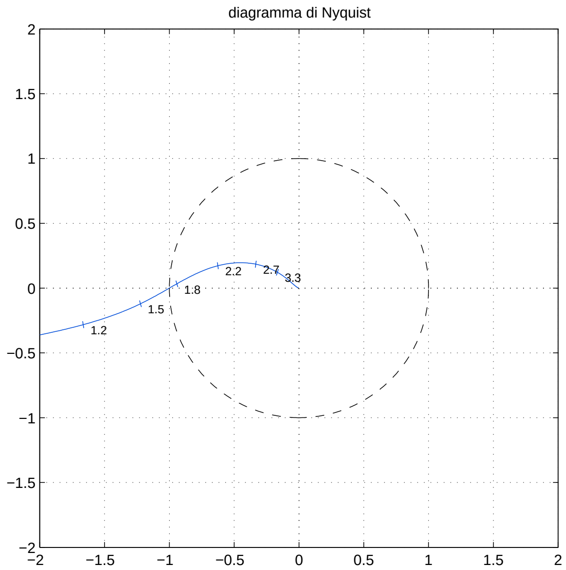
$$g(t) = \left[\frac{5}{4}e^{-2t} + \frac{5}{2}t - \frac{5}{4}\right] h(t)$$

b) L'equazione differenziale associata a $G(s)$ si ottiene osservando che a potenze di s corrispondono derivate di pari ordine dell'uscita:

$$(s^3 + 2s^2)X(s) = 5Y(s) \Longrightarrow y(t) = \frac{1}{5}\frac{d^3}{dt^3}x(t) + \frac{2}{5}\frac{d^2}{dt^2}x(t)$$

c) Il sistema è instabile poiché presenta un polo doppio nell'origine. Non ha senso in tal caso parlare di uscita a regime.

2. Un sistema dinamico ha il diagramma di Nyquist rappresentato in figura.



   a) Utilizzando le formule di inversione:

   $$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

   determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 30^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.2\ rad/sec$)

   b) Quale è il più semplice controllore $R(s)$ mediante il quale si puòttenere il margine di ampiezza $M_A = 2$?

SOLUZIONE:

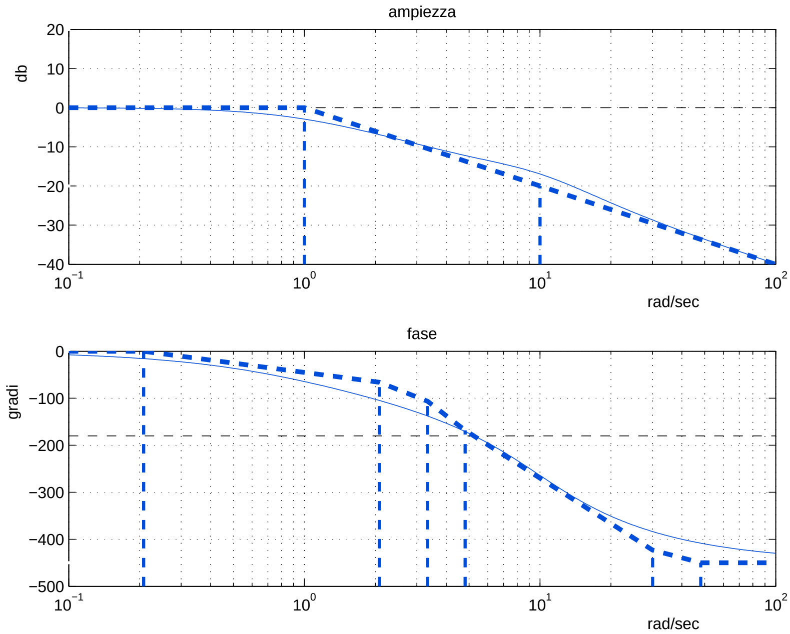
a) Coordinate del punto di partenza (punto del diagramma a pulsazione $\omega = 2.2\ rac/sec$): $A \equiv -0.62 + j0.18$; punto di arrivo (dalle specifiche):$|B| = 1,\ \arg B = -150^o$. Dalle formule di inversione:

$$M = \tfrac{|B|}{|A|} = 1.54 \qquad \phi = \arg B - \arg A = 46^o$$
$$\alpha = 0.061 \qquad \tau = 0.55$$

b) Si tratta di un regolatore proporzionale con guadagno $K_p = \frac{1}{M_{A,des}} M_{A,attuale} = 0.5$

3. Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{(s-10)^2}{(s+1)(s^2+14s+100)}$:
a) se ne traccino i Diagrammi di Bode (asintotici) delle ampiezze e delle fasi;
b) posta in retroazione unitaria con il guadagno K, determinare l'intervallo di stabilità di questo parametro.

SOLUZIONE:



L'intervallo di stabilità si determina mediante il criterio di Routh:

$$-1 < K < 4.3227$$

4. Sia data la funzione $G(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)}$:

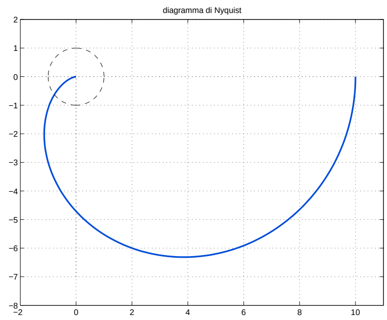
(a) Tracciarne il diagramma polare (di Nyquist), determinando il più precisamente possibile il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_a

(b) Sia posta in retroazione unitaria con il guadagno K; determinare il valore di K per avere errore a regime inferiore a 0.01 con in ingresso un gradino di ampiezza pari a 5.

(c) In queste condizioni, definire i parametri δ, ω_n della funzione di trasferimento complessiva e il tempo di assestamento della risposta a gradino.

SOLUZIONE:

(a) Diagramma polare:



Il margine di ampiezza M_A è infinito (si vede che il diagramma parte dal punto 10 e arriva nell'origine con una rotazione complessiva di $-\pi$, quindi non interseca mai il semiasse reale negativo). Il margine di fase si calcola nel seguente modo:

$$|G(j\omega_c)| = 1 \Longrightarrow \left| \frac{20}{-\omega_c^2 + 2 - j3\omega_c} \right| = 20 \frac{1}{\sqrt{(2-\omega_c)^2 + (3\omega_c)^2}} = 1$$

da cui:

$$\omega_c^4 + 5\omega_c^2 - 396 = 0 \Longrightarrow \omega_c = 4.19 \; rad/sec$$

Infine, applicando la definizione di margine di fase:

$$M_F = 180^o - \arg G(j\omega_c) = 180^o - \arg \frac{20}{-17.5562 + 2 + j12.57} \simeq 39^o$$

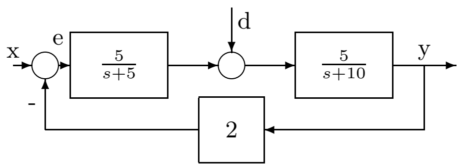
(b) Il sistema retroazionato con un controllore proporzionale è sempre asintoticamente stabile ($M_A = \infty$, $M_F > 0$). L'errore a regime in risposta al gradino è:

$$e_\infty = \frac{5}{1 + KG(0)} = \frac{5}{1 + 10K} < 0.01$$

quindi:$K > 49.9$

---

5. Sia dato il seguente schemi a blocchi:



(a) deteminare il valore di regime dell'uscita y_∞ se $d = 5, x = 0$

(b) deteminare il valore di regime dell'uscita y_∞ se $d = 0, x(t) = 2\sin 10t$

(c) deteminare il valore di regime dell'errore e_∞ se $d = 0.5, x = 2$

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-A - TLC

Compito del 16 dicembre 2003 - Domande Teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. L'antitrasformata di Laplace di una funzione $F(s)$ è definita come:
   - ⊗ $f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} F(s) e^{st} ds$
   - ○ $f(t) = \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} F(s) e^{st} ds$
   - ○ $f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0}^{-\sigma} F(s) e^{-st} ds$
2. Il diagramma di Bode delle fasi del ritardo
   - ○ è costante
   - ⊗ decresce esponenzialmente all'aumentare di ω
   - ⊗ è sempre negativo
3. Dati i diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi di una funzione $G(s)$, per la determinazione del margine di ampiezza M_A
   - ○ devo guardare il guadagno in corrispondenza della pulsazione ω_c per cui il diagramma delle fasi si porta al valore finale
   - ⊗ devo guardare il guadagno in corrispondenza della pulsazione ω_c per cui il diagramma delle fasi è -180^o
   - ○ il margine di ampiezza non si può ricavare dai diagrammi di Bode
4. Dato un sistema del secondo ordine senza zeri e con poli complessi coniugati, facendo variare sul piano complesso la posizione dei poli lungo rette uscenti dall'origine si ottengono risposte temporali caratterizzate da:
   - ○ stesso tempo di assestamento T_a
   - ⊗ stesso sorpasso percentuale S
   - ○ stessa pulsazione naturale ω_n
5. In un sistema di tipo 2, l'errore a regime
   - ○ è nullo solo per ingresso a gradino
   - ⊗ è costante per ingresso $x(t) = t^2$
   - ○ è nullo per ingresso a gradino e costante ($\neq 0$) per ingresso $x(t) = t$
6. Se nel costruire una tabella di Routh capita una riga composta da elementi nulli:
   - ○ è sempre in corrispondenza di una riga pari
   - ⊗ è sempre in corrispondenza di una riga dispari
   - ○ ci sono sicuramente poli a parte reale positiva
7. I diagrammi di Bode di una funzione $G(s)$ presentano in corrispondenza della frequenza ω_o una fase di -190^o e un'ampiezza di $4dB$. Si può concludere che la funzione una volta posta in retroazione unitaria
   - ○ è sicuramente instabile
   - ○ è sicuramente stabile
   - ⊗ non si può concludere niente sulla stabilità del sistema
8. Il sistema $G(s) = (s+5)/(s^2 - 5s + 10)$ posto in retroazione è stabile se:
   - ○ il diagramma di Nyquist di $G(s)$ non circonda il punto critico $-1 + j0$;
   - ○ il diagramma di Nyquist di $G(s)$ circonda il punto critico $-1 + j0$ percorrendo 2 giri in senso orario;
   - ⊗ il diagramma di Nyquist di $G(s)$ circonda il punto critico $-1 + j0$ percorrendo 2 giri in senso antiorario;
9. Un sistema $G(s)$ stabile posto in retroazione è asintoticamente stabile se:
   - ⊗ il margine di fase M_F è positivo e il margine di ampiezza M_A è maggiore di uno;
   - ○ il margine di fase M_F è negativo e il margine di ampiezza M_A è maggiore di uno;
   - ○ il margine di fase M_F è negativo e il margine di ampiezza M_A è minore di uno;
   - ○ il margine di fase M_F è positivo e il margine di ampiezza M_A è minore di uno;
10. Il sistema $G(s) = \frac{2}{(s^2+2s+18)}$ retroazionato con retroazione unitaria ha un errore a regime e_r per ingresso a gradino $R(s) = 10/s$ pari a:
    - ○ $e_r = 0$;
    - ⊗ $e_r = 9$;
    - ○ $e_r = \infty$.

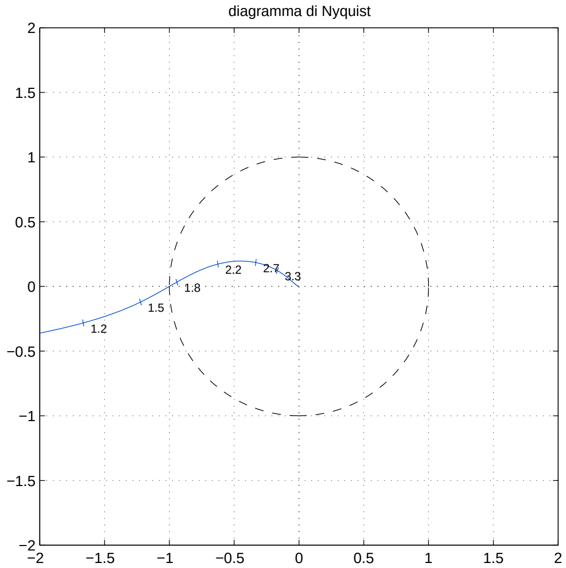
Controlli Automatici L-A - TLC

Secondo compito parziale del 16 dicembre 2003 - Esercizi

1. Tracciarne il diagramma polare (di Nyquist) della funzione $G(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)}$, determinando il più precisamente possibile il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_a

2. Si ponga la funzione $G(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)}$ in retroazione unitaria con il guadagno K: determinare il valore di K per avere errore a regime inferiore a 0.01 con in ingresso un gradino di ampiezza pari a 5.

3. Un sistema dinamico ha il diagramma di Nyquist rappresentato in figura.



Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 30^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.2\ rad/sec$)

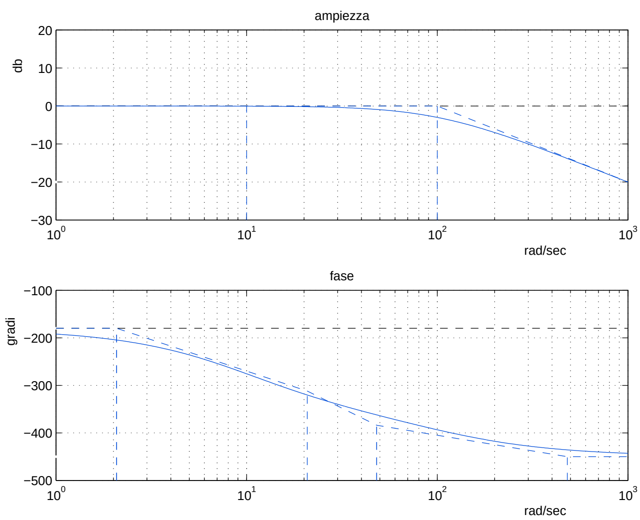
4. Sia data la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{(s-10)^2}{(s+1)(s^2+14s+100)}$:
a) se ne traccino i Diagrammi di Bode (asintotici) delle ampiezze e delle fasi;
b) posta in retroazione unitaria con il guadagno K, determinare l'intervallo di stabilità di questo parametro.

5. Siano dati i diagrammi di Bode riportati in figura.

   (a) Si determini la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$

   (b) Si dica se, ponendo in retroazione unitaria la $G(s)$ così ottenuta con il regolatore proporzionale $K = 1$ si ottiene un sistema complessivo asintoticamente stabile, stabile o instabile e si motivi la risposta

   (c) Si tracci il corrispondente diagramma polare (di Nyquist)



Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-A - TLC

Secondo compito parziale del 16 dicembre 2003 - Domande Teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Il diagramma polare di un sistema con grado relativo 3, con poli e zeri stabili e costante di guadagno negativa
   - ○ arriva nell'origine con fase -180^o ('da sinistra')
   - ⊗ arriva nell'origine con fase -90^o ('dal basso')
   - ○ arriva nell'origine con fase -270^o ('dall'alto')
2. Un controllore di tipo PID con le tre azioni proporzionale, integrale e derivativa
   - ○ garantisce errore a regime nullo solo se l'azione derivativa non è approssimata come una rete anticipatrice con un polo alle alte frequenze
   - ⊗ presenta una fase iniziale (per $\omega \approx 0$) che vale -90^o
   - ○ si applica solo se il sistema da controllare è asintoticamente stabile
3. Dati i diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi di una funzione $G(s)$, per la determinazione del margine di ampiezza M_A
   - ○ devo guardare il guadagno in corrispondenza della pulsazione ω_c per cui il diagramma delle fasi si porta al valore finale
   - ⊗ devo guardare il guadagno in corrispondenza della pulsazione ω_c per cui il diagramma delle fasi è -180^o
   - ○ il margine di ampiezza non si può ricavare dai diagrammi di Bode
4. Dato un sistema del secondo ordine senza zeri e con poli complessi coniugati, facendo variare sul piano complesso la posizione dei poli lungo rette uscenti dall'origine si ottengono risposte temporali caratterizzate da:
   - ○ stesso tempo di assestamento T_a
   - ⊗ stesso sorpasso percentuale S
   - ○ stessa pulsazione naturale ω_n
5. In un sistema di tipo 2, l'errore a regime
   - ○ è nullo solo per ingresso a gradino
   - ⊗ è costante per ingresso $x(t) = t^2$
   - ○ è nullo per ingresso a gradino e costante ($\neq 0$) per ingresso $x(t) = t$
6. Se nel costruire una tabella di Routh capita una riga composta da elementi nulli:
   - ○ è sempre in corrispondenza di una riga pari
   - ⊗ è sempre in corrispondenza di una riga dispari
   - ○ ci sono sicuramente poli a parte reale positiva
7. I diagrammi di Bode di una funzione $G(s)$ presentano in corrispondenza della frequenza ω_o una fase di -190^o e un'ampiezza di $4dB$. Si può concludere che la funzione una volta posta in retroazione unitaria
   - ○ è sicuramente instabile
   - ○ è sicuramente stabile
   - ⊗ non si può concludere niente sulla stabilità del sistema
8. Il sistema $G(s) = (s + 5)/(s^2 - 5s + 10)$ posto in retroazione è stabile se:
   - ○ il diagramma di Nyquist di $G(s)$ non circonda il punto critico $-1 + j0$;
   - ○ il diagramma di Nyquist di $G(s)$ circonda il punto critico $-1 + j0$ percorrendo 2 giri in senso orario;
   - ⊗ il diagramma di Nyquist di $G(s)$ circonda il punto critico $-1 + j0$ percorrendo 2 giri in senso antiorario;
9. Un sistema $G(s)$ stabile posto in retroazione è asintoticamente stabile se:
   - ⊗ il margine di fase M_F è positivo e il margine di ampiezza M_A è maggiore di uno;
   - ○ il margine di fase M_F è negativo e il margine di ampiezza M_A è maggiore di uno;
   - ○ il margine di fase M_F è negativo e il margine di ampiezza M_A è minore di uno;
   - ○ il margine di fase M_F è positivo e il margine di ampiezza M_A è minore di uno;
10. Il sistema $G(s) = \frac{2}{(s^2+2s+18)}$ retroazionato con retroazione unitaria ha un errore a regime e_r per ingresso a gradino $R(s) = 10/s$ pari a:
    - ○ $e_r = 0$;
    - ⊗ $e_r = 9$;
    - ○ $e_r = \infty$.