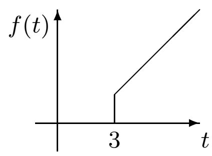
Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-A - TLC

Compito del 14 gennaio 2004 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Dalla sola conoscenza del diagramma di Bode delle ampiezze è possibile ricavare quello delle fasi:
   - ○ sempre
   - ⊗ solo se il sistema è a fase minima
   - ○ mai
2. La trasformata di Laplace di un segnale $f(t)$ è definita come:
   - ⊗ $F(s) = \int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$
   - ○ $F(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$
   - ○ $F(s) = \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt$
3. Il diagramma di Nyquist del sistema $G(s) = \frac{-(s+5)^2}{s^3(s+2)}$
   - ○ per $\omega \to \infty$ tende all'origine, arrivandovi "da sinistra"
   - ⊗ per $\omega \to \infty$ tende all'origine, arrivandovi "da destra"
   - ⊗ per $\omega \to 0^+$ parte "dal basso"
4. La risposta a regime di un sistema dinamico lineare tempo-invariante con in ingresso un segnale non nullo dipende dalle condizioni iniziali.
   - ○ sempre
   - ⊗ mai
   - ○ solo se il sistema è asintoticamente stabile
5. Il sistema $G(s) = \frac{s+5}{s^4(s+1)}$ in retroazione unitaria ha un errore a regime NON nullo per ingressi del tipo A/s^i con:
   - ○ $i > 2$
   - ○ $i > 3$
   - ⊗ $i > 4$
6. Sia dato il segnale $f(t)$ di figura. La sua trasformata di Laplace $F(s)$ è:
   - ○ $F(s) = s^{j3}(s^2+1)/s^2$
   - ⊗ $F(s) = e^{-3s}(s^2+1)/s^2$
   - ○ non si può determinare in quanto il segnale non è lineare



7. Dato un sistema dinamico lineare, la conoscenza dei relativi diagrammi di Bode è equivalente a quella del diagramma di Nyquist:
   - ○ se e solo se il sistema è asintoticamente stabile
   - ⊗ sempre
   - ○ se e solo se il sistema non presenta poli nell'origine
8. La funzione $R(s) = \frac{s+5}{s+10}$ definisce una rete correttrice
   - ⊗ anticipatrice
   - ○ ritardatrice
   - ○ nessuna delle due in quanto $\alpha = 2$
9. L'espressione di un regolatore di tipo PID è $R(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$. L'azione derivativa viene solitamente realizzata mediante la sostituzione:
   - ○ $T_d s \to \frac{1}{1+sT_d/N}$
   - ⊗ $T_d s \to \frac{T_d s}{1+sT_d/N}$
   - ○ non si mette mai l'azione derivativa per via dei problemi numerici che genera
10. Sia dato un sistema dinamico lineare stazionario del secondo ordine. Se i due poli sono fatti variare lungo una retta parallela all'asse immaginario del piano complesso, la risposta a gradino del sistema presenta
    - ⊗ tempo di assestamento T_a costante
    - ○ sorpasso percentuale $S\%$ costante
    - ○ coefficiente di smorzamento δ costante

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-A - TLC

Compito 14 gennaio 2004 - Problemi

1. Data la funzione di anello

$$L(s) = \frac{5}{s(s+2)}$$

a) se ne tracci il diagramma polare, determinando con esattezza l'ascissa di eventuali asintoti e intersezioni con l'asse reale;

b) si traccino i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi;

c) si calcoli con esattezza il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_A riportandoli sui diagrammi (polari e di Bode) tracciati in precedenza;

d) si commenti la stabilità del sistema retroazionato (criterio di Nyquist).

SOLUZIONE:

riscrivendo $L(s)$ nella forma a costanti di tempo si ottiene:

$$L(s) = \frac{5}{(s(s+2)} = \frac{2.5}{s(1+\frac{s}{2})}$$

a) Il diagramma parte dall'infinito ed ha un asintoto verticale (poiché $L(s)$ è di tipo 1) e termina nell'origine (poiché $L(s)$ è strettamente propria). La fase iniziale è di $-\pi/2$, mentre quella finale è $-\pi$. Il diagramma ruota in senso orario in quanto:

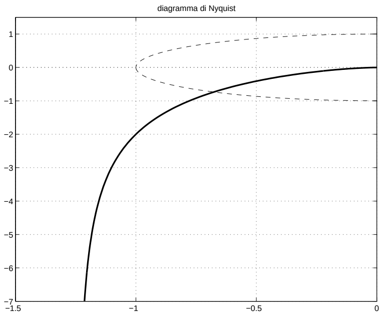
$$\Delta a = -\frac{1}{2} < 0$$

e l'ascissa dell'asintoto è:

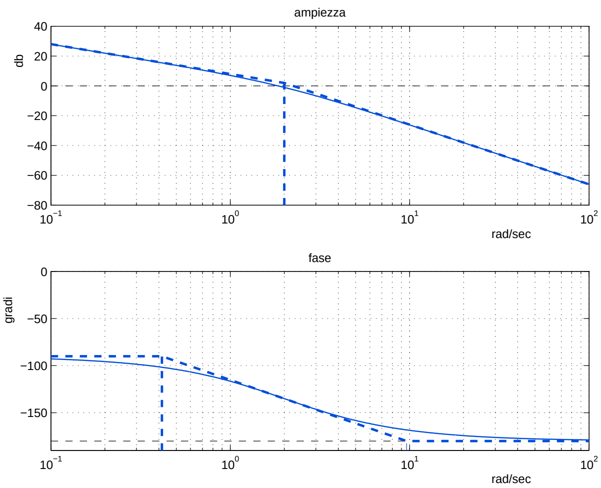
$$\sigma_a = 2.5\ \Delta a = -1.25$$

Non ci sono intersezioni con il semiasse reale negativo in quanto la variazione complessiva (al finito) dell'argomento di $L(j\omega)$ è:

$$\Delta \arg = -\frac{\pi}{2}$$



b) ripetendo le medesime considerazioni si ottengono i diagrammi di Bode: quello delle ampiezze ha pendenza iniziale di $-20\ dB/dec$ e pendenza finale (dovuta al polo reale) di $-40\ dB/dec$. Il posizionamento verticale è infine determinato dalla costante di guadagno. Il diagramma delle fasi invece parte da $-\pi/2$ e termina con fase $-\pi$:



SOLUZIONE:
(continua)

c) Si ha, è evidente dai diagrammi tracciati, un margine di ampiezza $M_A = \infty$, mentre il calcolo del margine di fase richiede di determinare innanzitutto la pulsazione di incrocio ω_c:

$$|L(j\omega_c)| = 1 \Longrightarrow \omega_c = 1.84 \ rad/sec$$

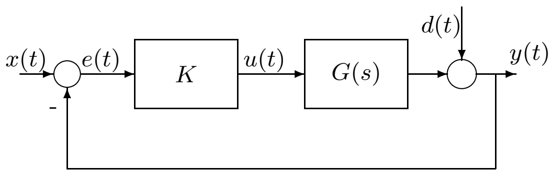
e quindi:

$$M_F = 180^o - \arg\{L(j\omega_c)\} = 47.38^o$$

d) Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile poiché il diagramma completo non circonda né tocca il punto critico $-1 + j0$ (si osservi inoltre $M_F > 0,\ M_A > 1$).

---

2. Si consideri lo schema a blocchi di figura, ove $K > 0$ e $G(s) = 10\dfrac{s+5}{s(s+1)(s^2+7s+45)}$



a) Si valuti per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e la pulsazione ω^* dei poli immaginari che si hanno nella situazione di stabilità semplice corrispondente al valore $K = K^*$;

b) Si calcoli l'errore a regime per $K = 10K^*$ e per $K = 10$ con gli ingressi $x(t) = 5t;\quad d(t) = 3h(t)$.

SOLUZIONE:

a) equazione caratteristica:

$$s^4 + 8s^3 + 52s^2 + (45 + 10K)s + 50K = 0$$

Tabella di Routh:

$$\begin{array}{c|ccc} 4 & 1 & 52 & 50K \\ 3 & 8 & 45+10K & \\ 2 & 371-10K & 400K & \\ 1 & (371-10K)(9+2K)-640K & & \\ 0 & 400K & & \end{array}$$

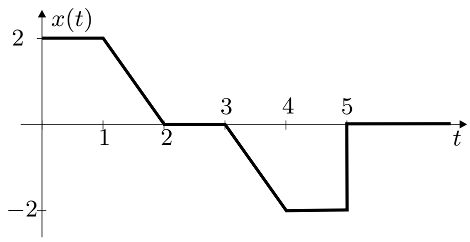
Da cui: $0 < K < 13.22 = K^*$ e $\omega^* = 4.7064$ rad/sec.

b) Nel primo caso l'errore a regime non può essere calcolato perché il sistema complessivo risulta instabile. Nel secondo caso, l'errore a regime dipende dal solo ingresso di riferimento $x(t)$ poichè il sistema complessivo è stabile e $G(s)$ è di tipo 1 e quindi il contributo di $d(t)$ è annullato.

$$K_v = 10\frac{5}{45} = \frac{10}{9} \qquad e_\infty = e_v = \frac{5}{K_v} = 4.5$$

---

3. Si consideri il segnale $x(t)$ illustrato in figura:



a) Se ne determini l'espressione analitica e la trasformata di Laplace;

b) si indichi il valore a regime y_∞ dell'uscita di un sistema asintoticamente stabile in risposta al segnale $x(t)$ e si motivi la risposta.

SOLUZIONE:

a) Indicando con $h(t)$ la funzione gradino unitario, si ottiene:

$$x(t) = 2\left[h(t) - h(t-1) + (2-t)h(t-1) - (2-t)h(t-2) + (3-t)h(t-3) - (3-t)h(t-4) - h(t-4) + h(t-5)\right]$$

e di conseguenza la sua trasformata è:

$$X(s) = \frac{2}{s} - \frac{2\,e^{(-s)}}{s^2} + \frac{2\,e^{(-2\,s)}}{s^2} - \frac{2\,e^{(-3\,s)}}{s^2} + \frac{2\,e^{(-4\,s)}}{s^2} + \frac{2\,e^{(-5\,s)}}{s}$$

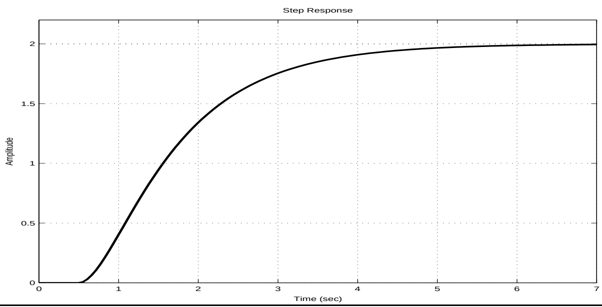
b) L'uscita y_∞ è nulla, poiché:

$$x(t) = 0 \forall t > 5$$

e quindi l'azione forzante dell'ingresso si esaurisce dopo 5 sec., inoltre anche l'effetto delle condizioni iniziali si esaurisce dopo un transitorio iniziale.

---

4. Un sistema dinamico presenta la risposta al gradino unitario illustrata in figura:



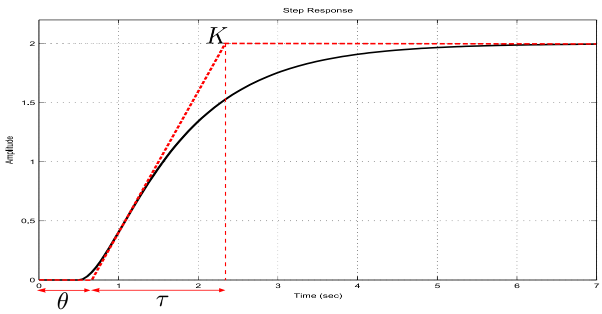
Utilizzando le seguenti formule, estratte dalle Tabelle di Ziegler-Nichols, si progetti un regolatore PID in forma ideale.

$$KK_p = 1.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} \quad T_i/\tau = 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad T_d/\tau = 0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$$

N.B. Si evidenzi la costruzione grafica utilizzata ed il valore dei parametri ottenuti e si scriva la fdt complessiva del regolatore

---

SOLUZIONE:



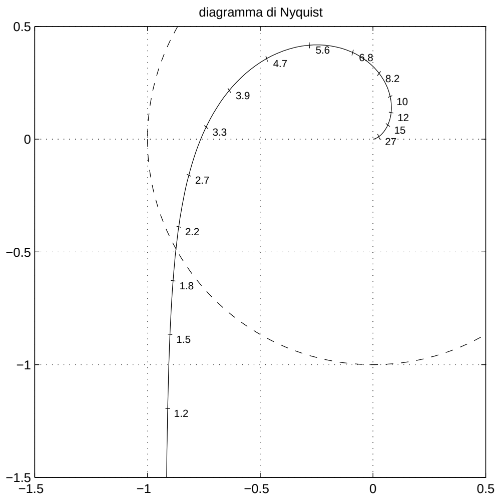
$$K = 2, \quad \tau = 1.5sec \quad \theta = 0.7sec$$

$$K_p = 1.0714 \quad T_i = 1.4 \quad T_d = 0.35$$

$$R(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

---

5. Un sistema dinamico ha il diagramma di Nyquist rappresentato in figura.



a) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 40^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.2\ rad/sec$)

b) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M\cos\phi - 1}{M\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M - \cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

determinare una rete ritardatrice in modo da ottenere un margine di ampiezza $M_A = 2$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.7\ rad/sec$)

SOLUZIONE:

a) $\tau = 0.1691, \alpha = 0.2073$

b) $\tau = 1.1715, \alpha = 0.5578$