Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 22 maggio 2002 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. La influenza sull'uscita di variazioni parametriche di un sistema $G(s)$ può essere diminuita utilizzando un solo controllore ad azione in avanti?

   ○ Si, ma solo se il sistema è stabile

   ○ Si, sempre

   ⊗ No, mai

2. Se un sistema dinamico presenta un margine di ampiezza $M_A = 2$, posto in retroazione con un $C(s) = K$

   ○ è stabile solo per $0 < K < 0.5$

   ○ è sempre stabile $\forall K > 0$

   ⊗ è stabile solo per $0 < K < 2$

3. Sia dato un sistema $G(s)$ con tre poli reali stabili e nessuno zero. Posto $G(s)$ in retroazione con un controllore $C(s) = K > 0$, si ottiene un sistema:

   ○ esiste un valore di K per cui un polo (reale) diventa instabile

   ⊗ esiste un valore di K per cui due poli (complessi coniugati) diventano instabili

   ○ sempre stabile $\forall K > 0$

4. Detta ω_c la pulsazione per cui $|G(j\omega_c)| = 1$, il margine di fase M_F del sistema $G(s)$ è definito come:

   ⊗ $M_F = \pi + Arg[G(j\omega_c)]$

   ○ $M_F = -Arg[G(j\omega_c)]$

   ○ $M_F = \pi - Arg[G(j\omega_c)]$

5. Nel tracciare il luogo delle radici di un sistema dinamico per $K > 0$, i punti dell'asse reale:

   ○ per motivi di simmetria i punti dell'asse reale non appartengono al luogo

   ○ appartengono al luogo se lasciano alla propria destra un numero pari di poli/zeri

   ⊗ appartengono al luogo se lasciano alla propria destra un numero dispari di poli/zeri

6. Un sistema proprio con $n = m = 2$, a fase minima e con $G(j0) > 0$, posto in retroazione con una fdt $C(s) = K$

   ○ non si può dire

   ○ esiste un valore di K per cui il sistema diventa instabile

   ⊗ è stabile $\forall K > 0$

7. Dato un sistema di tipo 1, l'errore a regime

   ⊗ è costante per ingresso a rampa $r(t) = R_0 t$

   ○ è costante per ingresso a parabola $r(t) = R_0 t^2$

   ⊗ è nullo per ingresso a gradino $r(t) = R_0$

8. Una rete ritardatrice ha:

   ⊗ l'effetto benefico di ridurre il guadagno alle alte frequenze

   ○ l'effetto benefico di ritardare la fase in un certo range di frequenze

   ○ un ritardo di fase $\phi_m = 90^o$ alle alte frequenze

9. Una rete anticipatrice può introdurre un anticipo di fase $\phi_m > 90^o$:

   ○ vero

   ○ solo se il polo è instabile

   ⊗ falso

10. La coordinata σ_A dell'intersezione degli asintoti del luogo delle radici è data da:

    ○ $\sigma_A = \frac{1}{n}\sum_1^n p_i$

    ○ $\sigma_A = \frac{1}{n-m}(\sum_1^m z_i - \sum_1^n p_i)$

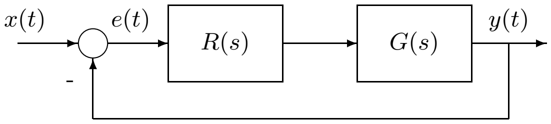
    ⊗ $\sigma_A = \frac{1}{n-m}(\sum_1^n p_i - \sum_1^m z_i)$

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 22 maggio 2002 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.



$$R(s) = K,$$

$$G(s) = \frac{24}{(s+1)(s+2)(s+12)}$$

   a) Determinare per quali valori di K il sistema in retroazione è stabile

   b) Detto K^* il massimo valore di K determinato al punto precedente, calcolare l'eventuale pulsazione di oscillazione ω^* corrispondente alla semplice stabilità del sistema

2. Con riferimento allo schema dell'esercizio 1:

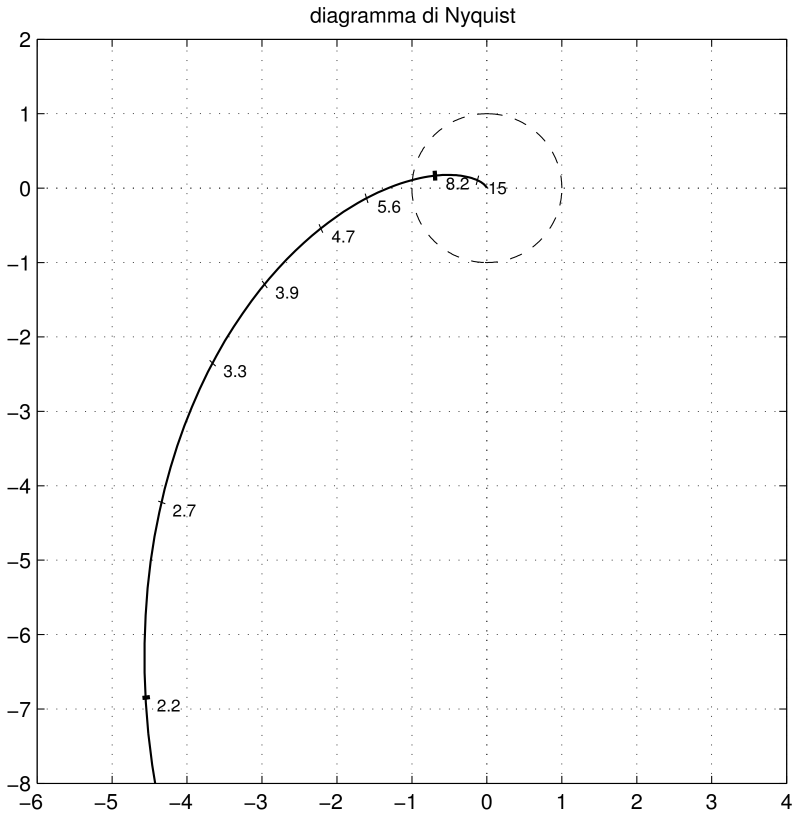
   a) Determinare l'errore a regime del sistema in retroazione con in ingresso un gradino unitario e $K = K^* - 0.75$

   b) Calcolare il valore di K per avere un errore a regime $e_\infty \leq 0.02$ e commentare il risultato

3. Si tracci in modo qualitativo il luogo delle radici del sistema in retroazione dell'esercizio 1, considerando $G(s) = \dfrac{(s+3)}{(s+11)}$ e $R(s) = K/s^2$, al variare di $K > 0$. Si determinino con esattezza gli asintoti ed il baricentro del luogo.

4. Utilizzando il criterio di Nyquist, si determini se il sistema $G(s) = \dfrac{90(s+1)}{(s^2-9)}$ è stabile o no.

5. Un sistema dinamico ha il diagramma di Nyquist rappresentato in figura.



   a) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

   determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 25^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 8.2\ rad/sec$)

   b) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M\cos\phi - 1}{M\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M - \cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

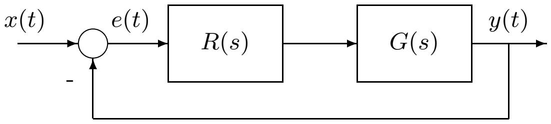
   determinare una rete ritardatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 50^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.2\ rad/sec$)

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 22 maggio 2002 - Svolgimento dei Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.



$$R(s) = K,$$

$$G(s) = \frac{24}{(s+1)(s+2)(s+12)}$$

a) Determinare per quali valori di K il sistema in retroazione è stabile

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 38 \\ 2 & 15 & 24(K+1) \\ 1 & 15 \cdot 38 - 24(K+1) & \\ 0 & 24(K+1) & \end{array}$$

da cui:

$$\begin{aligned} 570 - 24(K+1) > 0 \quad &\Rightarrow \quad K < 22.75 \\ K+1 > 0 \quad &\Rightarrow \quad K > -1 \\ -1 < K < 22.75 \quad &\Rightarrow \quad K^* = 22.75 \end{aligned}$$

b) Detto K^* il massimo valore di K determinato al punto precedente, calcolare l'eventuale pulsazione di oscillazione ω^* corrispondente alla semplice stabilità del sistema

$$*\omega^* = \sqrt{\frac{24(K^*+1)}{15}} = \sqrt{\frac{38}{1}} = 6.1644 \text{ rad/sec}$$

2. Con riferimento allo schema dell'esercizio 1:

a) Determinare l'errore a regime del sistema in retroazione con in ingresso un gradino unitario e $K = K^* - 0.75$

$$\mathbf{e}_\infty = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{1+KG(s)} \frac{1}{s} \quad = \frac{1}{1+K}$$

$$K = 22 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{e}_\infty = \frac{1}{1+22} = 4.35\%$$

b) Calcolare il valore di K per avere un errore a regime $e_\infty \leq 0.02$ e commentare il risultato

$$\left| \frac{1}{1+K} \right| \leq 0.01 \Rightarrow K > 49$$

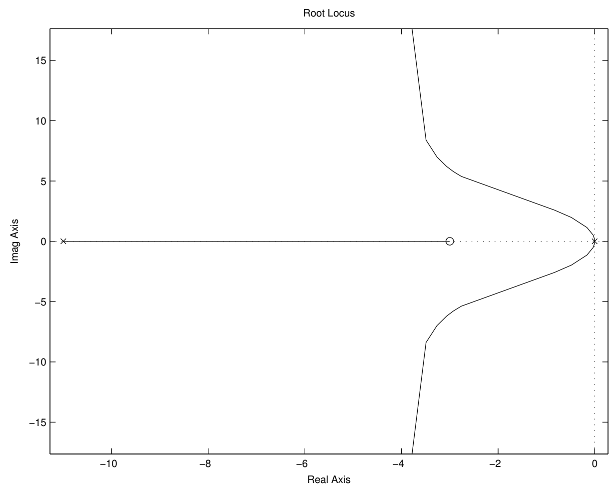
Per tale valore di K il sistema risulta INSTABILE.

3. Si tracci in modo qualitativo il luogo delle radici del sistema in retroazione dell'esercizio 1, considerando $G(s) = \dfrac{(s+3)}{(s+11)}$ e $R(s) = K/s^2$, al variare di $K > 0$. Si determinino con esattezza gli asintoti ed il baricentro del luogo.

Il grado relativo del sistema è 2, per cui il baricentro risulta indipendente da K e avremo 2 asintoti (verticali).

$$\sigma_B = \frac{1}{n} \sum p = \frac{1}{3}(0 + 0 - 11) = -\frac{11}{3}$$

$$\sigma_A = \frac{1}{n-m} \left(\sum p - \sum z \right) = \frac{1}{2}(0 + 0 - 11 + 3) = -4$$



4. Utilizzando il criterio di Nyquist, si determini se il sistema $G(s) = \dfrac{90(s+1)}{(s^2-9)}$ è stabile o no.

$$G(s) = 100\frac{s+1}{(s+2)(s-2)}$$

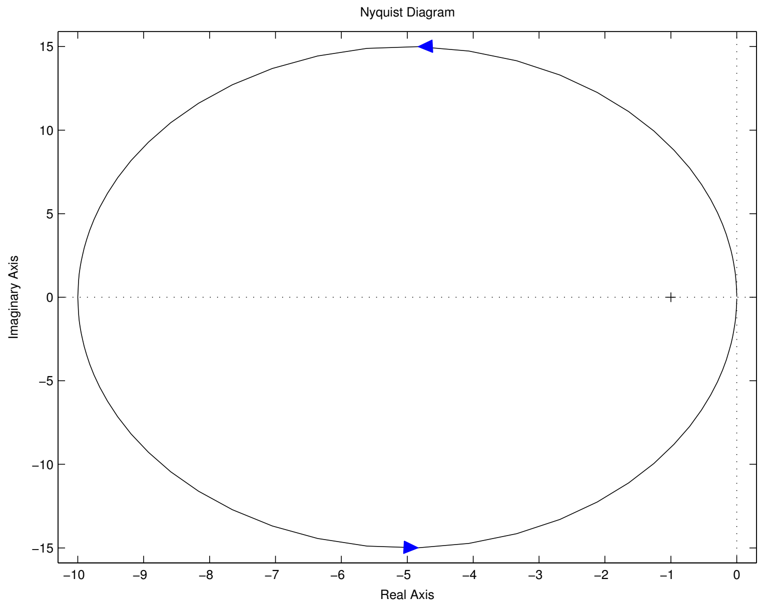
$$\lim_{\omega\to 0^+} G(j\omega) = -10$$

Calcolo se il diagramma parte in senso antiorario (in "anticipo") o in senso orario (in "ritardo"):

$$\Delta_a = \sum \tau_z - \sum \tau_p = 1 + 1/2 - 1/2 > 0 \rightarrow \text{ antiorario}$$

dunque il diagramma, per $\omega > 0$ ha parte immaginaria negativa.

$$\lim_{\omega\to\infty} G(j\omega) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{90}{j\omega} = \begin{cases} |G(j\infty)| = 0 \\ \\ \arg[G(j\infty)] = -\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$



Il sistema in catena aperta ha un polo instabile, il numero di rotazioni in senso antiorario del diagramma di Nyquist intorno al punto critico $-1 + j0$ è pari ad 1 $\Longrightarrow$ il sistema retroazionato è STABILE

5. Reti correttrici:

   a) Occorre portare il punto A (corrispondente al punto del diagramma a pulsazione $\omega_A = 8.2$ rad/sec) nel punto B, collocato sulla circonferenza unitaria e con fase tale da soddisfare la specifica. Leggendo la posizione di A sul grafico:

$$\left.\begin{array}{r} \Re e\ G(j\omega_A) \simeq -0.68 \\ \Im m\ G(j\omega_A) \simeq -0.19 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} |G(j\omega_A)| \simeq 0.7 \\ \phi_A \simeq -195.6^o \end{array}\right.$$

   quindi i parametri da usare nelle formule di inversione saranno:

$$\left.\begin{array}{r} M = 1/|G(j\omega_A)| = 1/0.7 = 1.41 \\ \phi = \phi_B - \phi_A = -155 + 195.6 = 40.6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \tau \simeq 0.12 \\ \alpha \simeq 0.08 \end{array}\right.$$

   e la rete richiesta è:

$$R_{ant} = \frac{1 + 0.12s}{1 + 0.01s}$$

   b) Occorre portare il punto A (corrispondente al punto del diagramma a pulsazione $\omega_A = 2.2$ rad/sec) nel punto B, collocato sulla circonferenza unitaria e con fase tale da soddisfare la specifica. Leggendo la posizione di A sul grafico:

$$\left.\begin{array}{r} \Re e\ G(j\omega_A) \simeq -6.5 \\ \Im m\ G(j\omega_A) \simeq -4.5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} |G(j\omega_A)| \simeq 7.9 \\ \phi_A \simeq -124.7^o \end{array}\right.$$

quindi i parametri da usare nelle formule di inversione saranno:

$$\left.\begin{array}{r} M = 1/|G(j\omega_A)| = 1/7.9 = 0.126 \\ \phi = \phi_B - \phi_A = -130 + 123.7 = -5.3^o \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \tau \simeq 38.22 \\ \alpha \simeq 0.12 \end{array}\right.$$

e la rete richiesta è:

$$R_{rit} = \frac{1 + 4.797s}{1 + 38.22s}$$