Cognome, Nome, N. Matr.: ____________________

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 4 luglio 2002 - Domande teoriche

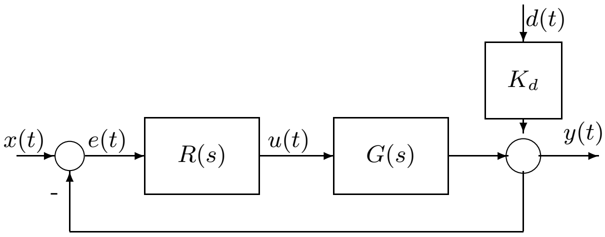
Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. La pulsazione di Nyquist ω_s:
   - ○ è la pulsazione per cui $|G(j\omega_s)| = 1$ (pulsazione alla quale il diagramma di Nyquist ha modulo unitario)
   - ○ è la pulsazione per cui $Im|G(j\omega_s)| = 0$ (pulsazione di attraversamento dell'asse reale sul diagramma di Nyquist)
   - ⊗ deve essere pari almeno al doppio della massima pulsazione ω_c del processo: $\omega_s \geq 2\omega_c$
2. Un "ricostruttore di ordine 0" $\left(H_0 = \dfrac{1 - e^{-sT}}{s}\right)$ introduce un ritardo nell'anello di controllo che si approssima usualmente con:
   - ⊗ $e^{-sT/2}$
   - ○ e^{-sT}
   - ○ e^{-2sT}
3. Il "metodo della lunga divisione" si usa:
   - ○ per determinare i poli di una funzione di trasferimento
   - ⊗ per antitrasformare una trasformata Z
   - ○ per progettare un particolare tipo di regolatore digitale
4. La funzione di trasferimento $R(s) = K\left(\dfrac{1}{1+\tau s} + \dfrac{\alpha\tau s}{1+\tau s}\right)$ con $0 < \alpha < 1$ corrisponde a:
   - ○ rete anticipatrice
   - ⊗ rete ritardatrice
   - ○ controllore di tipo PID
5. L'errore a regime con ingresso a rampa per un sistema di tipo 2 è:
   - ⊗ nullo
   - ○ costante ma diverso da zero
   - ○ infinito
6. La "saturazione dell'attuatore"
   - ○ provoca sempre problemi se nel regolatore è presente un'azione integrale
   - ⊗ può provocare problemi se nel regolatore è presente un'azione integrale
   - ○ è un effetto stabilizzante (e quindi desiderato) sull'anello di controllo
7. Il luogo delle radici di una funzione di trasferimento $G(s)$ impropria
   - ⊗ è simmetrico rispetto all'asse reale
   - ○ termina nei poli di $G(s)$
   - ○ è graduato in funzione della pulsazione ω
   - ○ non può essere tracciato
8. Gli effetti ottenuti in un anello di controllo inserendo una rete correttrice ad anticipo sono:
   - ○ effetto positivo: anticipo della pulsazione di attraversamento ω_c; effetto negativo: aumento del guadagno alle alte frequenze
   - ⊗ effetto positivo: anticipo di fase; effetto negativo: aumento del guadagno alle alte frequenze
   - ○ effetto positivo: anticipo di fase; effetto negativo: riduzione del guadagno alle alte frequenze
9. Gli schemi di controllo ad "azione in avanti":
   - ○ possono essere usati per qualsiasi processo
   - ⊗ non possono essere usati per sistemi a fase non minima
   - ⊗ possono essere usati per compensare disturbi misurabili
10. Stante la relazione $z = e^{sT} = e^{\sigma}e^{j\omega T}$, rette parallele all'asse immaginario nel piano s sono trasformate nel piano z in:
    - ⊗ circonferenze con centro nell'origine
    - ○ rette parallele all'asse immaginario
    - ○ rette passanti per l'origine

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 4 luglio 2002 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.

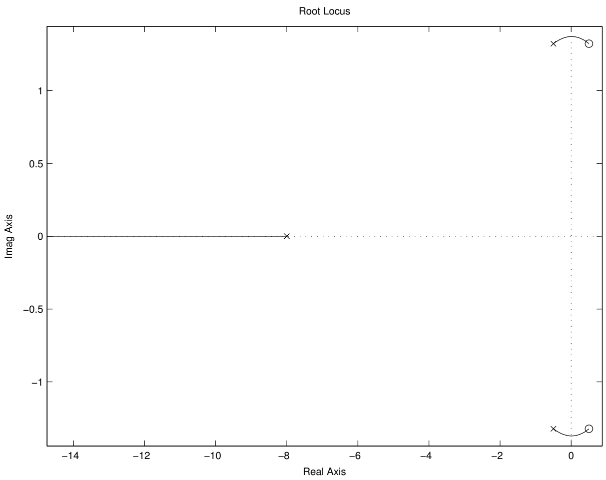


$$R(s) = K$$

$$G(s) = \frac{(s^2 - s + 2)}{(s^2 + s + 2)(s + 8)}$$

$$K_d = 5$$

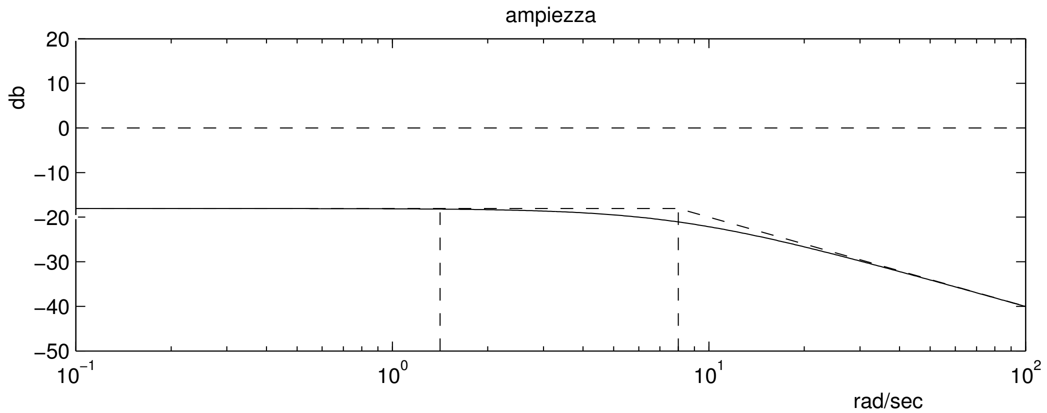
a) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema in retroazione al variare del guadagno $K > 0$, calcolando esattamente il baricentro ed il punto di incontro di eventuali asintoti.

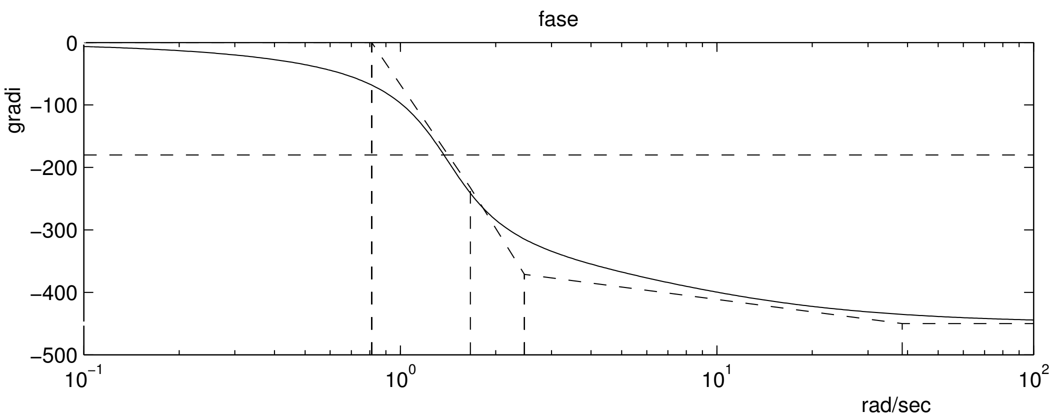


b) Considerando gli ingressi $x(t) = 0$; $d(t) = \delta(t)$ (gradino unitario) e il valore $K = 1$, determinare il valore a regime dell'errore $e(t)$.

$$e_\infty = \lim_{s \to 0} s \frac{-1}{1 + G(s)} \frac{5}{s} = -4.44$$

c) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode della funzione $G(s)$.





2. Con riferimento allo schema dell'esercizio 1), si consideri $d(t) = 0$.

   a) Nell'ipotesi che i poli di $G(s)$ siano noti con incertezza inferiore a 1% e posto $R(s) = KR_1(s)$, si progetti il regolatore dinamico $R_1(s)$ in modo che i poli dominanti del guadagno di anello $L(s) = R(s)G(s)$ siano definiti da $s^2 + 10s + 26 = 0$. Si commentino eventuali cancellazioni polo-zero.

   $$R_1(s) = \frac{s^2 + s + 2}{s^2 + 10s + 26}$$

   Cancellazioni stabili (gli zeri di $G(s)$ non possono essere cancellati perché sono instabili).

   b) Nell'ipotesi di perfetta cancellazione, si tracci qualitativamente il luogo delle radici associato al guadagno di anello $L(s)$ ottenuto al punto precedente e si calcoli il massimo valore di $K = K^*$ affinché il tempo di assestamento T_{a5} sia inferiore a 3 *sec* (suggerimento: si consideri il sistema retroazionato come un sistema con 2 poli dominanti complessi coniugati). In corrispondenza di tale valore di K calcolare la pulsazione ω^* associata ai poli dominanti del sistema retroazionato.
   Il luogo delle radici si modifica semplicemente spostando a sinistra i poli complessi coniugati.

   $$T_{a5} = \frac{3}{\delta\omega_n} < 3 \Rightarrow \delta\omega_n > 1$$

   Quindi opero la sostituzione $w = s + 1 \leftrightarrow s = w - 1$ e applico il criterio di Routh all'equazione caratteristica modificata: $w^3 + (15 + K)w^2 + (73 - 3K)w + 119 + 4K = 0$

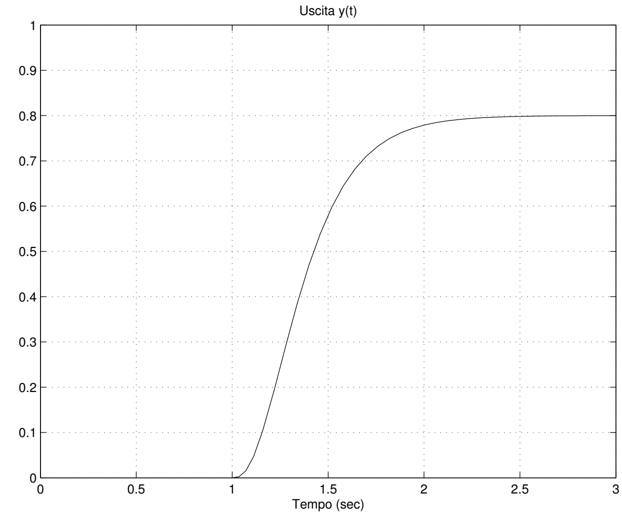
   $$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 73 - 3K \\ 2 & 15 + K & 119 + 4K \\ 1 & (15 + K)(73 - 3K) - (119 + 4K) & \\ 0 & 119 + 4K & \end{array}$$

   da cui $K^* = 22.48$ e $\omega^* = 2.38$ rad/sec.

   c) Sempre ipotizzando perfetta cancellazione, si calcoli l'errore a regime e_p in risposta al gradino unitario e l'errore a regime e_v in risposta alla rampa unitaria qualora sia $K = K^*$.

   $$e_p \simeq 82\%, \qquad e_v = \infty$$

3. Un sistema dinamico presenta la risposta a gradino unitario riportata in figura.



$$KK_p = 1.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} \quad T_i/\tau = 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad T_d/\tau = 0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$$

Utilizzando le allegate formule estratte dalle Tabelle di Ziegler-Nichols, si progetti un regolatore PID in forma ideale.

Dal grafico si stima:

$$\theta = 1, \quad K = 0.8, \quad \tau = 0.7$$

quindi:

$$R_{PID} = 1.05\left(1 + \frac{1}{1.4s} + 0.35s\right)$$

4. Si consideri il controllore $R(s) = U(s)/E(s) = \dfrac{10s^2 + 7s + 1}{10s^2 + 11s + 1}$:

   a) Fissando il tempo di campionamento $T = 0.1$ *sec*, se ne effettui la discretizzazione con il metodo delle differenze all'indietro ($s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$).

   b) Si scriva la relativa equazione alle differenze.

c) Dato il segnale $e(0) = 1, e(1) = e(2) = \ldots = 0$, determinare i valori numerici di $u(0), u(1), u(2), u(3), u(4)$.

$$R(z) = \frac{1000(1-z^{-1})^2 + 70(1-z^{-1}) + 1}{1000(1-z^{-1})^2 + 110(1-z^{-1}) + 1} = \frac{1071 - 2070z^{-1} + 1000z^{-2}}{1111 - 2110z^{-1} + 1000z^{-2}} = 0.96\frac{1 - 1.93z^{-1} + 0.93z^{-2}}{1 - 1.90z^{-1} + 0.90z^{-2}}$$

da cui:

$$R(z) = \frac{0.96 - 1.85z^{-1} + 0.89z^{-2}}{1 - 1.90z^{-1} + 0.90z^{-2}}$$

Legge di controllo:

$$u_k = 1.90u_{k-1} - 0.90u_{k-2} + 0.96e_k - 1.85e_{k-1} + 0.89e_{k-2}$$

Valori del controllo:

$$\begin{aligned}
&u(0) = 0.96e(0) = 0.96\\
&u(1) = 1.90u(0) - 1.85e(0) = -0.026\\
&u(2) = 1.90u(1) + 0.9u(0) + 0.89e(0) = -0.023\\
&u(3) = 1.90u(2) + 0.9u(1) = -0.02\\
&u(4) = 1.90u(3) + 0.9u(2) = -0.019
\end{aligned}$$

5. Utilizzando il criterio di Nyquist, determinare la stabilità del sistema in retroazione che presenta guadagno di anello $L(s) = \dfrac{8(s^2 + 10s + 26)}{s(s-1)(s-2)}$.

Si ha che:

$$\lim_{\omega \to 0^+} L(j\omega) = \lim_{\omega \to 0^+} \frac{8 * 26}{2 * j\omega} \Longrightarrow \begin{cases} |L(j0^+)| = \infty \\ \arg L(j0^+) = -\pi/2 \end{cases}$$

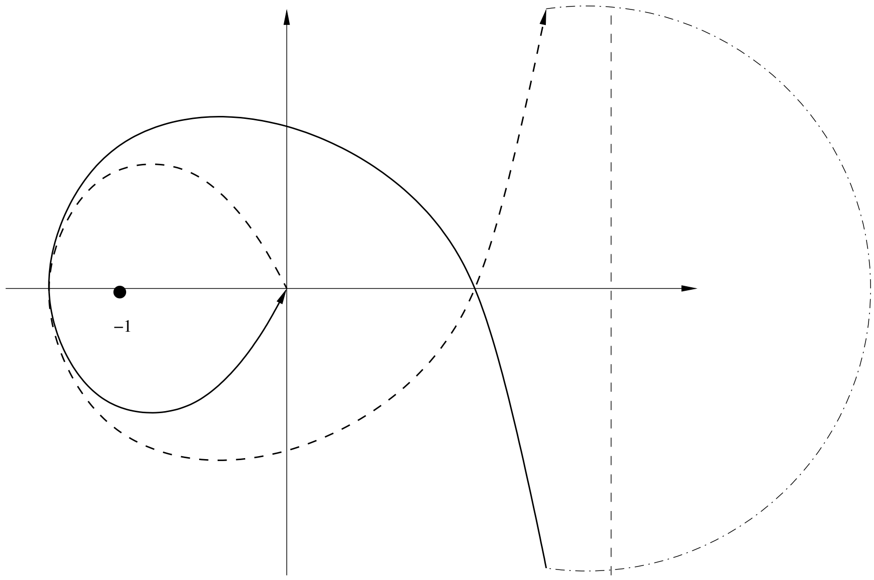
e che:

$$\lim_{\omega \to \infty} L(j\omega) = \lim_{\omega \to \infty} \frac{8}{j\omega} \Longrightarrow \begin{cases} |L(j\infty)| = 0 \\ \arg L(j\infty) = -\pi/2 \end{cases}$$

Il diagramma possiede un asintoto verticale, riscrivendo il guadagno di anello nella forma a costanti di tempo, si ottiene:

$$L(s) = 8\frac{26(\frac{s^2}{26} + \frac{10}{26}s + 1)}{2s(-s+1)(-s/2+1)}$$

dunque l'ascissa dell'asintoto è: $\sigma_a = 8 * 13 * (10/26 + 1 + 1/2) = 196$, *poiché tale valore è positivo (e la costante di guadagno di* $L(s)$ *è positiva), il diagramma "parte" in senso antiorario (*$\Delta_a > 0$*).*



La determinazione dell'intersezione con l'asse reale può essere svolta applicando il criterio di Routh. Equazione caratteristica (considerando $K = 8K_1$): $s^3 - 3s^2 + 2s + K(s^2 + 10s + 26) = 0$

$$\left.\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 2+10K \\ 2 & K-3 & 26K \\ 1 & (K-3)(2+10K)-26K & \\ 0 & 26K & \end{array}\right\} K^* = 5.5 \implies K_1^* = 5.5/8 \Longrightarrow \sigma^* = -\frac{1}{K_1^*} = -1.45$$

STABILE, $n_p = R = 2$.