Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 28 maggio 2003 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Sia dato un sistema di "tipo 0". Si desidera ottenere un sistema in retroazione con errore a regime nullo per ingresso a gradino. È allora opportuno utilizzare:
   - ◯ una rete ritardatrice
   - ◯ un regolatore di tipo PID
   - ◯ una rete anticipatrice
2. In una rete anticipatrice la pulsazione ω_m a cui si verifica il massimo anticipo di fase è data da:
   - ◯ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$
   - ◯ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\alpha^2}$
   - ◯ $\omega_m = \alpha\tau$
3. Sia n_L il numero di asintoti del luogo delle radici di una funzione di anello $L(s) = R(s)G(s)$ e sia n_G il numero di asintoti del luogo delle radici della sola $G(s)$. Allora si ha:
   - ◯ $n_L < n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   - ◯ $n_L \geq n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   - ◯ $n_L > n_G$ se il regolatore è una rete ritardatrice
4. Si consideri un sistema $G(s)$ asintoticamente stabile del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri. Il sistema retroazionato con funzione di anello $L(s) = KG(s)$ avrà:
   - ◯ coefficiente di smorzamento δ decrescente al crescere di K
   - ◯ coefficiente di smorzamento δ costante al crescere di K
   - ◯ un polo instabile per $K > K_{min}$
5. Si consideri un sistema la cui funzione di anello è $L(s)$. La stabilità del sistema retroazionato $F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$ si determina:
   - ◯ applicando il criterio di Routh all'equazione caratteristica $1 + L(s) = 0$
   - ◯ applicando il criterio di Nyquist alla fdt $F(s)$
   - ◯ applicando il criterio di Nyquist alla funzione di anello $L(s)$
6. Il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_A di una funzione di anello $L(s)$:
   - ◯ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di trasferimento ingresso-uscita $Y(s)/X(s)$
   - ◯ la conoscenza di uno dei due è sufficiente per dedurre la stabilità del sistema retroazionato
   - ◯ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di anello
7. Si consideri una funzione di anello $G(s)$ chiusa in retroazione unitaria. Se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile, l'errore a regime in risposta al gradino:
   - ◯ dipende dalla costante di posizione K_p di $G(s)$
   - ◯ dipende dal numero di poli e zeri nell'origine di $G(s)$
   - ◯ dipende dalle costanti di tempo di poli e zeri (eccetto quelli nell'origine) di $G(s)$
8. Il dominio di definizione delle formule per il calcolo di una rete ritardatrice è:
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0, \quad 0 < M < \cos\varphi\}$
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad M > \frac{1}{\cos\varphi}\}$
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0, \quad M > \frac{1}{\cos\varphi}\}$
9. Il diagramma di Nyquist del guadagno di anello $L(s)$ di tipo 1 senza poli né zeri a parte reale positiva e tale che il sistema retroazionato presenta 2 poli instabili:
   - ◯ compie 2 rotazioni in senso antiorario intorno al punto critico $-1 + j0$
   - ◯ non presenta asintoti né rami all'infinito
   - ◯ compie 2 rotazioni in senso orario intorno al punto critico $-1 + j0$
10. Gli effetti ottenuti in un anello di controllo inserendo una rete correttrice di ritardo sono:
    - ◯ ritardo della pulsazione di attraversamento ω_c ; attenuazione alle alte frequenze
    - ◯ ritardo di fase; riduzione del guadagno alle alte frequenze
    - ◯ aumento del guadagno alle alte frequenze; anticipo di fase

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 28 maggio 2003 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Il dominio di definizione delle formule per il calcolo di una rete anticipatrice è:
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ 0 \le \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad M > \frac{1}{\cos\varphi}\}$
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ -\frac{\pi}{2} \le \varphi < 0, \quad 0 < M < \cos\varphi\}$
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ 0 \le \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < M < \cos\varphi\}$
2. Il diagramma di Nyquist di un regolatore PI del tipo $R(s) = K_p(1 + \dfrac{1}{T_i\ s})$ con $K_p > 0, T_i > 0$ tracciato per $\omega \in (0, \infty)$ è:
   - ◯ una semiretta parallela all'asse immaginario
   - ◯ una semicirconferenza
   - ◯ una curva tangente ad un asintoto all'infinito
3. Sia n_L il numero di asintoti del luogo delle radici di una funzione di anello $L(s) = R(s)G(s)$ e sia n_G il numero di asintoti del luogo delle radici della sola $G(s)$. Allora si ha:
   - ◯ $n_L \ge n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   - ◯ $n_L < n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   - ◯ $n_L > n_G$ se il regolatore è una rete ritardatrice
4. Il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_A di una funzione di anello $L(s)$:
   - ◯ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di trasferimento ingresso-uscita
   - ◯ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di anello
   - ◯ la conoscenza di uno dei due è sufficiente per dedurre la stabilità del sistema retroazionato
5. Si consideri una funzione di anello $G(s)$ chiusa in retroazione unitaria. Se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile, l'errore a regime in risposta al gradino:
   - ◯ dipende dalla costante di posizione K_p di $G(s)$
   - ◯ dipende dalle costanti di tempo di poli e zeri (eccetto quelli nell'origine) di $G(s)$
   - ◯ dipende dal numero di poli e zeri nell'origine di $G(s)$
6. Il diagramma di Nyquist del guadagno di anello $L(s)$ di tipo 1 senza poli né zeri a parte reale positiva e tale che il sistema retroazionato presenta 2 poli instabili:
   - ◯ compie 2 rotazioni in senso antiorario intorno al punto critico $-1 + j0$
   - ◯ compie 2 rotazioni in senso orario intorno al punto critico $-1 + j0$
   - ◯ non presenta asintoti né rami all'infinito
7. Il luogo delle radici di un sistema dinamico tracciato per $K > 0$:
   - ◯ indica la posizione dei poli del sistema retroazionato al variare di K
   - ◯ possiede tanti rami quanti sono i poli del sistema in catena aperta
   - ◯ può non essere simmetrico rispetto all'asse reale
8. Si consideri un sistema $G(s)$ asintoticamente stabile del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri. Il sistema retroazionato con funzione di anello $L(s) = KG(s)$ avrà:
   - ◯ tempo di assestamento T_a decrescente al crescere di K
   - ◯ tempo di assestamento T_a indipendente da K
   - ◯ un polo instabile per $K > K_{min}$
9. In una rete anticipatrice la pulsazione ω_m a cui si verifica il massimo anticipo di fase è data da:
   - ◯ $\omega_m = \alpha\tau$
   - ◯ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$
   - ◯ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\alpha^2}$
10. Si consideri un regolatore standard PID in forma ideale. Gli zeri saranno reali e coincidenti se:
    - ◯ $T_i = T_d$
    - ◯ $T_d = 4T_i$
    - ◯ $T_i = 4T_d$

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 28 maggio 2003 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Sia dato un sistema di "tipo 0". Si desidera ottenere un sistema in retroazione con errore a regime nullo per ingresso a gradino. È allora opportuno utilizzare:

   ○ una rete ritardatrice
   ⊗ un regolatore di tipo PID
   ○ una rete anticipatrice

2. In una rete anticipatrice la pulsazione ω_m a cui si verifica il massimo anticipo di fase è data da:

   ⊗ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$
   ○ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\alpha^2}$
   ○ $\omega_m = \alpha\tau$

3. Sia n_L il numero di asintoti del luogo delle radici di una funzione di anello $L(s) = R(s)G(s)$ e sia n_G il numero di asintoti del luogo delle radici della sola $G(s)$. Allora si ha:

   ○ $n_L < n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   ⊗ $n_L \geq n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   ○ $n_L > n_G$ se il regolatore è una rete ritardatrice

4. Si consideri un sistema $G(s)$ asintoticamente stabile del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri. Il sistema retroazionato con funzione di anello $L(s) = KG(s)$ avrà:

   ⊗ coefficiente di smorzamento δ decrescente al crescere di K
   ○ coefficiente di smorzamento δ costante al crescere di K
   ○ un polo instabile per $K > K_{min}$

5. Si consideri un sistema la cui funzione di anello è $L(s)$. La stabilità del sistema retroazionato $F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$ si determina:

   ⊗ applicando il criterio di Routh all'equazione caratteristica $1 + L(s) = 0$
   ○ applicando il criterio di Nyquist alla fdt $F(s)$
   ⊗ applicando il criterio di Nyquist alla funzione di anello $L(s)$

6. Il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_A di una funzione di anello $L(s)$:

   ○ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di trasferimento ingresso-uscita $Y(s)/X(s)$
   ○ la conoscenza di uno dei due è sufficiente per dedurre la stabilità del sistema retroazionato
   ⊗ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di anello

7. Si consideri una funzione di anello $G(s)$ chiusa in retroazione unitaria. Se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile, l'errore a regime in risposta al gradino:

   ⊗ dipende dalla costante di posizione K_p di $G(s)$
   ⊗ dipende dal numero di poli e zeri nell'origine di $G(s)$
   ○ dipende dalle costanti di tempo di poli e zeri (eccetto quelli nell'origine) di $G(s)$

8. Il dominio di definizione delle formule per il calcolo di una rete ritardatrice è:

   ⊗ $D = \{(M, \varphi) \;:\; -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0, \quad 0 < M < \cos\varphi\}$
   ○ $D = \{(M, \varphi) \;:\; 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad M > \frac{1}{\cos\varphi}\}$
   ○ $D = \{(M, \varphi) \;:\; -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0, \quad M > \frac{1}{\cos\varphi}\}$

9. Il diagramma di Nyquist del guadagno di anello $L(s)$ di tipo 1 senza poli né zeri a parte reale positiva e tale che il sistema retroazionato presenta 2 poli instabili:

   ○ compie 2 rotazioni in senso antiorario intorno al punto critico $-1 + j0$
   ○ non presenta asintoti né rami all'infinito
   ⊗ compie 2 rotazioni in senso orario intorno al punto critico $-1 + j0$

10. Gli effetti ottenuti in un anello di controllo inserendo una rete correttrice di ritardo sono:

    ○ ritardo della pulsazione di attraversamento ω_c ; attenuazione alle alte frequenze
    ⊗ ritardo di fase; riduzione del guadagno alle alte frequenze
    ○ aumento del guadagno alle alte frequenze; anticipo di fase

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 28 maggio 2003 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

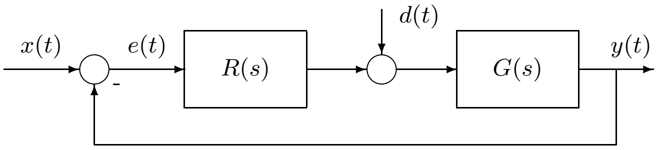
1. Il dominio di definizione delle formule per il calcolo di una rete anticipatrice è:
   - ⊗ $D = \{(M, \varphi) \ : \ 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad M > \frac{1}{\cos\varphi}\}$
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0, \quad 0 < M < \cos\varphi\}$
   - ◯ $D = \{(M, \varphi) \ : \ 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < M < \cos\varphi\}$
2. Il diagramma di Nyquist di un regolatore PI del tipo $R(s) = K_p(1 + \dfrac{1}{T_i\ s})$ con $K_p > 0, T_i > 0$ tracciato per $\omega \in (0, \infty)$ è:
   - ⊗ una semiretta parallela all'asse immaginario
   - ◯ una semicirconferenza
   - ◯ una curva tangente ad un asintoto all'infinito
3. Sia n_L il numero di asintoti del luogo delle radici di una funzione di anello $L(s) = R(s)G(s)$ e sia n_G il numero di asintoti del luogo delle radici della sola $G(s)$. Allora si ha:
   - ⊗ $n_L \geq n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   - ◯ $n_L < n_G$ per la causalità del regolatore $R(s)$
   - ◯ $n_L > n_G$ se il regolatore è una rete ritardatrice
4. Il margine di fase M_F ed il margine di ampiezza M_A di una funzione di anello $L(s)$:
   - ◯ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di trasferimento ingresso-uscita
   - ⊗ si possono leggere sui diagrammi polari della funzione di anello
   - ◯ la conoscenza di uno dei due è sufficiente per dedurre la stabilità del sistema retroazionato
5. Si consideri una funzione di anello $G(s)$ chiusa in retroazione unitaria. Se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile, l'errore a regime in risposta al gradino:
   - ⊗ dipende dalla costante di posizione K_p di $G(s)$
   - ◯ dipende dalle costanti di tempo di poli e zeri (eccetto quelli nell'origine) di $G(s)$
   - ⊗ dipende dal numero di poli e zeri nell'origine di $G(s)$
6. Il diagramma di Nyquist del guadagno di anello $L(s)$ di tipo 1 senza poli né zeri a parte reale positiva e tale che il sistema retroazionato presenta 2 poli instabili:
   - ◯ compie 2 rotazioni in senso antiorario intorno al punto critico $-1 + j0$
   - ⊗ compie 2 rotazioni in senso orario intorno al punto critico $-1 + j0$
   - ◯ non presenta asintoti né rami all'infinito
7. Il luogo delle radici di un sistema dinamico tracciato per $K > 0$:
   - ⊗ indica la posizione dei poli del sistema retroazionato al variare di K
   - ⊗ possiede tanti rami quanti sono i poli del sistema in catena aperta
   - ◯ può non essere simmetrico rispetto all'asse reale
8. Si consideri un sistema $G(s)$ asintoticamente stabile del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri. Il sistema retroazionato con funzione di anello $L(s) = KG(s)$ avrà:
   - ◯ tempo di assestamento T_a decrescente al crescere di K
   - ⊗ tempo di assestamento T_a indipendente da K
   - ◯ un polo instabile per $K > K_{min}$
9. In una rete anticipatrice la pulsazione ω_m a cui si verifica il massimo anticipo di fase è data da:
   - ◯ $\omega_m = \alpha\tau$
   - ⊗ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$
   - ◯ $\omega_m = \dfrac{1}{\tau\alpha^2}$
10. Si consideri un regolatore standard PID in forma ideale. Gli zeri saranno reali e coincidenti se:
    - ◯ $T_i = T_d$
    - ◯ $T_d = 4T_i$
    - ⊗ $T_i = 4T_d$

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 28 maggio 2003 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.



$$R(s) = K,$$

$$G(s) = \frac{s+8}{(s+6)^2(s^2+4s+16)}$$

   a) Si tracci il luogo delle radici del sistema al variare di $K > 0$, indicando l'ascissa del punto di incontro di eventuali asintoti e del baricentro dei poli.

   b) Si determini per quali valori di $K > 0$ il sistema retroazionato risulta stabile asintoticamente e la pulsazione dei poli immaginari puri che si ottengono in corrispondenza della stabilità semplice. Si indichi inoltre il margine di ampiezza M_A del sistema.

   b) Considerando gli ingressi a gradino $x(t) = 2h(t); d(t) = 5h(t)$ ($h(t)$ gradino unitario), si determini il valore di K necessario per ottenere un errore a regime $e_\infty < 2\%$. Si commenti tale risultato.

2. Si tracci il diagramma polare della seguente funzione di anello:

$$L(s) = \frac{7-s}{s(s+5)}$$

   indicandone le caratteristiche salienti, come ascissa di eventuali asintoti e di eventuali intersezioni con l'asse reale. Applicando il criterio di Nyquist, si traggano infine conclusioni sulla stabilità del sistema retroazionato.

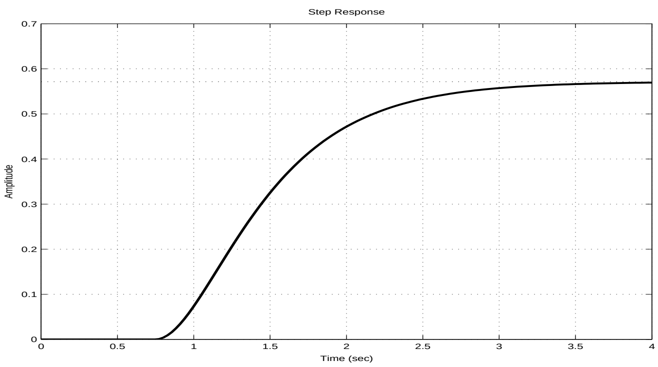
3. Si consideri la funzione di anello:

$$L(s) = 5\frac{s+10}{s(s^2+6s+16)}$$

   a) Si traccino i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi, indicandone le caratteristiche salienti.

   b) Si fornisca una stima dei margini di fase e di ampiezza del sistema evidenziandoli sui diagrammi.

4. Un sistema dinamico presenta la risposta al gradino unitario illustrata in figura:

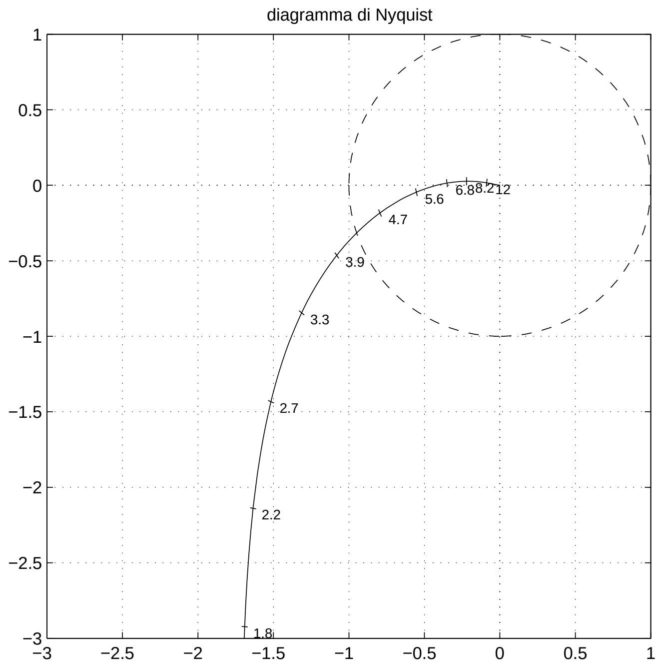


Utilizzando le seguenti formule, estratte dalle Tabelle di Ziegler-Nichols, si progetti un regolatore PID in forma ideale.

$$KK_p = 1.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} \quad T_i/\tau = 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad T_d/\tau = 0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$$

N.B. Si evidenzi la costruzione grafica utilizzata ed il valore dei parametri ottenuti e si scriva la fdt complessiva del regolatore

5. Un sistema dinamico ha il diagramma polare rappresentato in figura.



   a) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

   determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 45^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 4.7\ rad/sec$)

   b) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M\cos\phi - 1}{M\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M - \cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

   determinare una rete ritardatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 50^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.2\ rad/sec$)

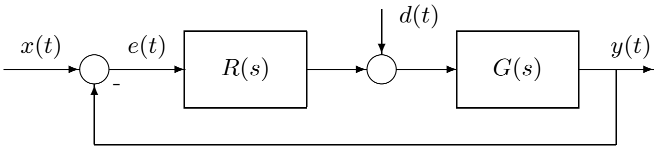
N.B. Si riportino le coordinate dei punti considerati e le fdt dei regolatori

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 28 maggio 2003 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.



$$R(s) = K,$$

$$G(s) = \frac{s+9}{(s+6)(s+7)(s^2+6s+16)}$$

a) Si tracci il luogo delle radici del sistema al variare di $K > 0$, indicando l'ascissa del punto di incontro di eventuali asintoti e del baricentro dei poli.

b) Si determini per quali valori di $K > 0$ il sistema retroazionato risulta stabile asintoticamente e la pulsazione dei poli immaginari puri che si ottengono in corrispondenza della stabilità semplice. Si indichi inoltre il margine di ampiezza M_A del sistema.

b) Considerando gli ingressi a gradino $x(t) = 3h(t); d(t) = 10h(t)$ ($h(t)$ gradino unitario), si determini il valore di K necessario per ottenere un errore a regime $e_\infty < 2\%$. Si commenti tale risultato.

2. Si tracci il diagramma polare della seguente funzione di anello:

$$L(s) = \frac{10-s}{s(s+5)}$$

indicandone le caratteristiche salienti, come ascissa di eventuali asintoti e di eventuali intersezioni con l'asse reale. Applicando il criterio di Nyquist, si traggano infine conclusioni sulla stabilità del sistema retroazionato.

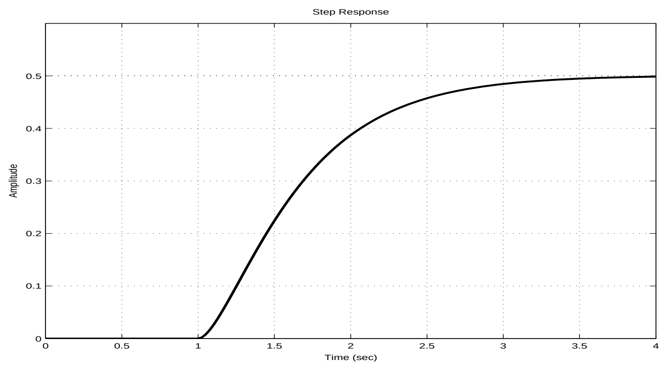
3. Si consideri la funzione di anello:

$$L(s) = 2\frac{s+10}{s(s^2+4s+16)}$$

a) Si traccino i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi, indicandone le caratteristiche salienti.

b) Si fornisca una stima dei margini di fase e di ampiezza del sistema evidenziandoli sui diagrammi.

4. Un sistema dinamico presenta la risposta al gradino unitario illustrata in figura:

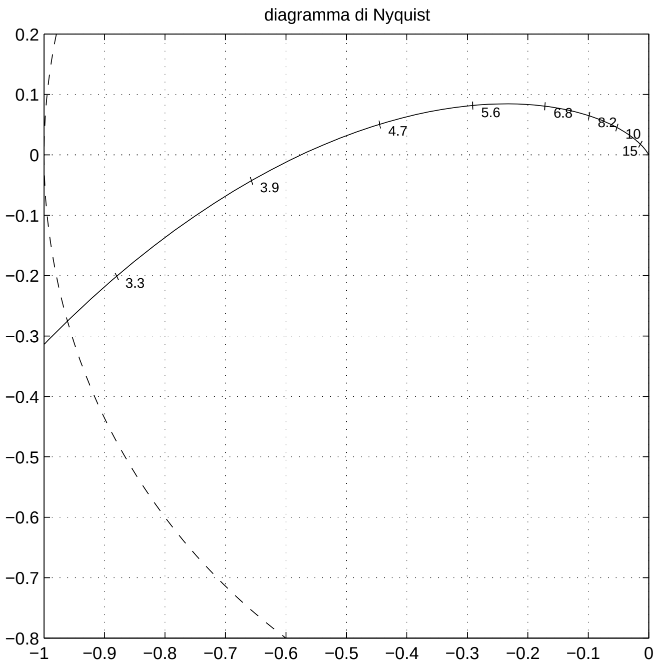


Utilizzando le seguenti formule, estratte dalle Tabelle di Ziegler-Nichols, si progetti un regolatore PID in forma ideale.

$$KK_p = 1.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} \quad T_i/\tau = 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad T_d/\tau = 0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$$

N.B. Si evidenzi la costruzione grafica utilizzata ed il valore dei parametri ottenuti e si scriva la fdt complessiva del regolatore

5. Un sistema dinamico ha il diagramma polare rappresentato in figura.



a) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M\cos\phi - 1}{M\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M-\cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

determinare una rete ritardatrice in modo da ottenere un margine di ampiezza $M_A = 3$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 3.3\ rad/sec$)

b) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M-\cos\phi)}$$

determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 40^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 4.7\ rad/sec$)

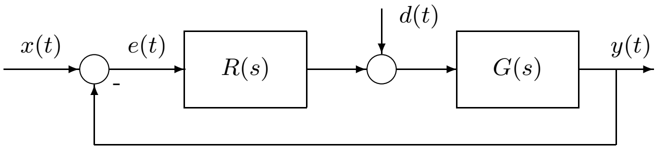
N.B. Si riportino le coordinate dei punti considerati e le fdt dei regolatori

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 28 maggio 2003 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.

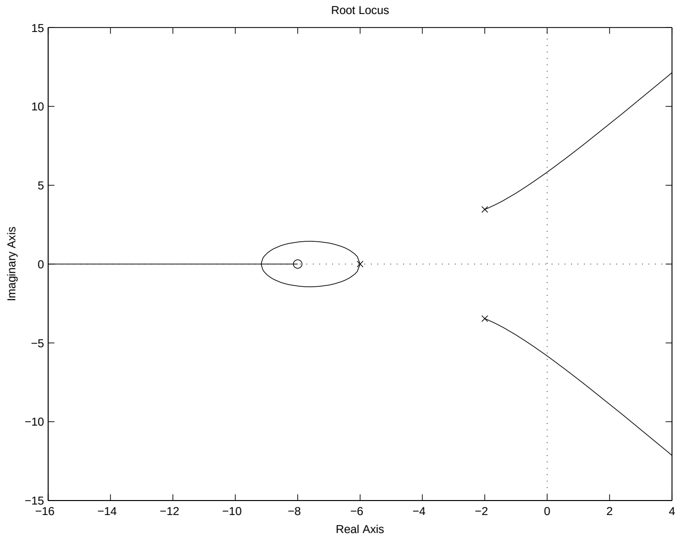


$$R(s) = K,$$

$$G(s) = \frac{s+8}{(s+6)^2(s^2+4s+16)}$$

a) Si tracci il luogo delle radici del sistema al variare di $K > 0$, indicando l'ascissa del punto di incontro di eventuali asintoti e del baricentro dei poli.

$$\sigma_a = \frac{1}{4-1}\,(-6-6-2-2+8) = -\frac{8}{3} \qquad \sigma_B = \frac{1}{4}\,(-6-6-2-2) = -4$$



b) Si determini per quali valori di $K > 0$ il sistema retroazionato risulta stabile asintoticamente e la pulsazione dei poli immaginari puri che si ottengono in corrispondenza della stabilità semplice. Si indichi inoltre il margine di ampiezza M_A del sistema.

Equazione Caratteristica:

$$s^4 + 16s^3 + 100s^2 + (336+K)s + 8(72+K) = 0$$

Tabella di Routh:

$$\begin{array}{c|ccc}
4 & 1 & 100 & 8(72+K) \\
3 & 16 & 336+K & \\
2 & (1264-K) & 128(72+K) & \\
1 & (1264-K)(336+K) - 16\times 128(72+K) & & \\
0 & 72+K & &
\end{array}$$

La riga 1 fornisce la disequazione:

$$-K^2 - 1120K + 277248 > 0 \qquad \Longrightarrow \qquad -1328.7 < K < 208.7$$

Mentre dalla riga 0 si ottiene: $K > -72$, dunque

$$0 < K < 208.7 = K^*$$

La pulsazione di attraversamento si determina come:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{336+K^*}{16}} = 5.8347 \ rad/sec$$

Ovviamente, per la definizione di margine di ampiezza, si ha che:

$$M_A = K^* = 208.7$$

b) Considerando gli ingressi a gradino $x(t) = 2h(t); d(t) = 5h(t)$ ($h(t)$ gradino unitario), si determini il valore di K necessario per ottenere un errore a regime $e_\infty < 2\%$. Si commenti tale risultato.

$$E(s) = \frac{1}{1+KG(s)}X(s) - \frac{G(s)}{1+KG(s)}D(s)$$

Dunque:

$$e_\infty = \frac{2}{1+KG(0)} - \frac{5G(0)}{1+KG(0)} = \frac{2-0.0694}{1+K\times 0.0139} < 0.02$$

da cui:

$$K > \frac{1.9306-0.02}{2.78\times 10^{-4}} = 6872.7$$

Non è possibile soddisfare la specifica con un regolatore proporzionale perché il sistema risulterebbe instabile

2. Si tracci il diagramma polare della seguente funzione di anello:

$$L(s) = \frac{7-s}{s(s+5)}$$

indicandone le caratteristiche salienti, come ascissa di eventuali asintoti e di eventuali intersezioni con l'asse reale. Applicando il criterio di Nyquist, si traggano infine conclusioni sulla stabilità del sistema retroazionato.

$$|L(j0^+)| = \infty \qquad \arg(L(j0^+)) = -\frac{\pi}{2}$$

Sistema di tipo 1, esiste un asintoto verticale di ascissa:

$$\sigma_A = \frac{7}{5}\left(-\frac{1}{7}-\frac{1}{5}\right) = -\frac{12}{25}$$

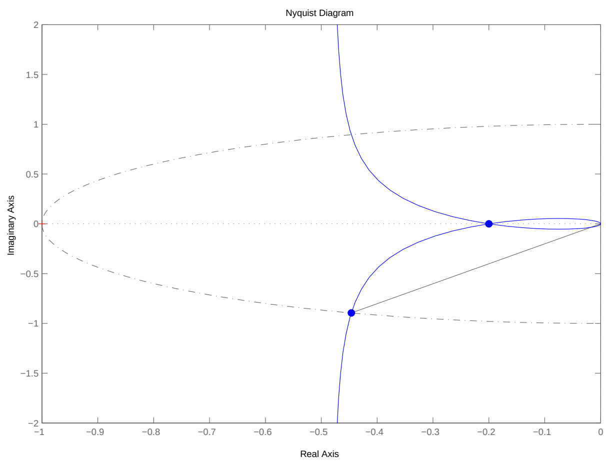
si ha poi che $\Delta_A = \left(-\frac{1}{7}-\frac{1}{5}\right) < 0$ *quindi il diagramma parte in senso orario. L'intersezione con l'asse reale si determina con il criterio di Routh:*

$$s^2 + 5s + 7k - ks = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 1 & 7k \\ 1 & 5-k & \\ 0 & 7k & \end{array}$$

dunque:

$$\sigma^* = -\frac{1}{5} = -0.2$$



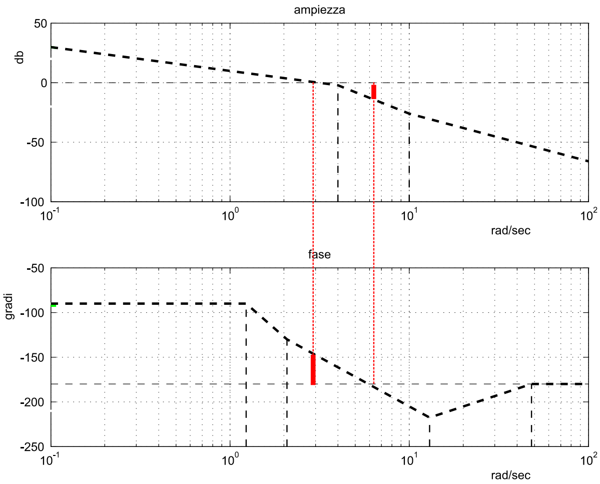
Si ricordi che il diagramma va completato con una semicirconferenza all'infinito percorsa in senso orario da $\omega = 0^-$ *a* $\omega = 0^+$.

$$R = 0 \qquad n_p = 0 \Longrightarrow STABILE$$

3. Si consideri la funzione di anello:

$$L(s) = 5\frac{s+10}{s(s^2+6s+16)}$$

a) Si traccino i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi, indicandone le caratteristiche salienti.

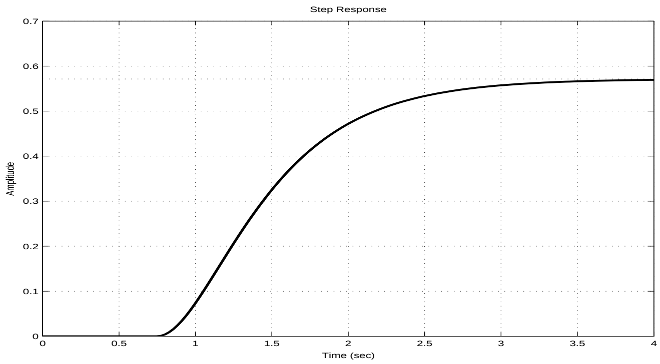


Il posizionamento verticale del diagramma si effettua agevolmente calcolando il modulo per $\omega = 1$*:*

$$|L(j)| = 3.11 = 9.856dB$$

b) Si fornisca una stima dei margini di fase e di ampiezza del sistema evidenziandoli sui diagrammi.
Vedi Figura Precedente

4. Un sistema dinamico presenta la risposta al gradino unitario illustrata in figura:



Utilizzando le seguenti formule, estratte dalle Tabelle di Ziegler-Nichols, si progetti un regolatore PID in forma ideale.

$$KK_p = 1.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} \quad T_i/\tau = 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad T_d/\tau = 0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$$

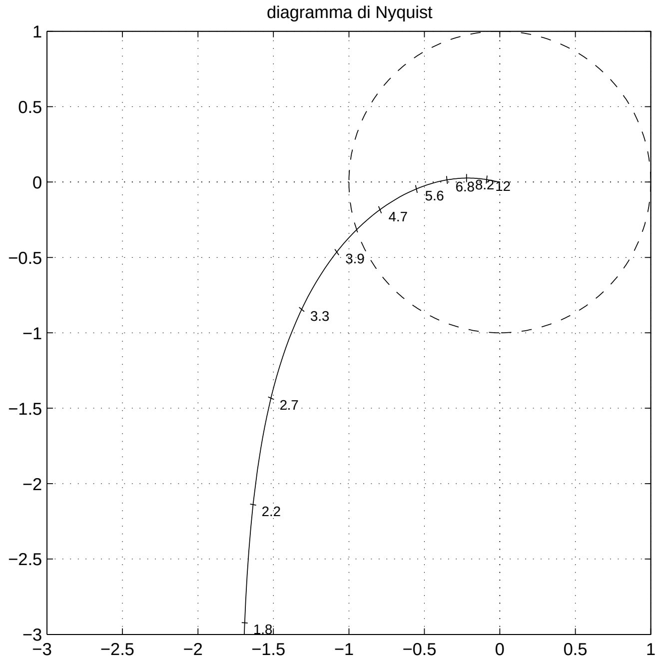
N.B. Si evidenzi la costruzione grafica utilizzata ed il valore dei parametri ottenuti e si scriva la fdt complessiva del regolatore

$$K = 0.5786, \quad \tau = 1.187sec \quad \theta = 1.1250sec$$

$$K_p = 2.1883 \quad T_i = 2.25 \quad T_d = 0.5625$$

$$R(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

5. Un sistema dinamico ha il diagramma polare rappresentato in figura.



a) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 45^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 4.7\ rad/sec$)

b) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M\cos\phi - 1}{M\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M - \cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

determinare una rete ritardatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 50^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.2\ rad/sec$)

N.B. Si riportino le coordinate dei punti considerati e le fdt dei regolatori

Rete di anticipo:

$$A \equiv -0.8 + j0.2 \qquad |A| = 0.8246 \qquad \phi_A = -166^o$$

$$|B| = 1 \qquad \phi_B = -135^o$$

$$M = \frac{|B|}{|A|} = 1.2127 \qquad \phi = \phi_B - \phi_A = 31^o$$

$$\tau = 0.1469 \qquad \alpha = 0.0916$$

$$R(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha\tau s}$$

Rete di ritardo:

$$A \equiv -1.63 + j2.13 \qquad |A| = 2.68 \qquad \phi_A = -127^o.42$$

$$|B| = 1 \qquad \phi_B = -130^o$$

$$M = \frac{|B|}{|A|} = 0.3731 \qquad \phi = \phi_B - \phi_A = -2^o.58$$

$$\tau = 16.9745 \qquad \alpha = 0.3723$$

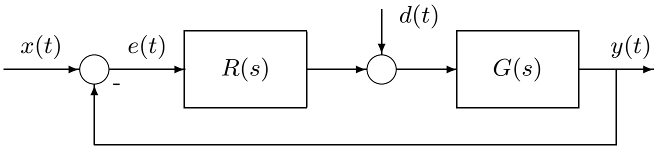
$$R(s) = \frac{1 + \alpha\tau s}{1 + \tau s}$$

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 28 maggio 2003 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.

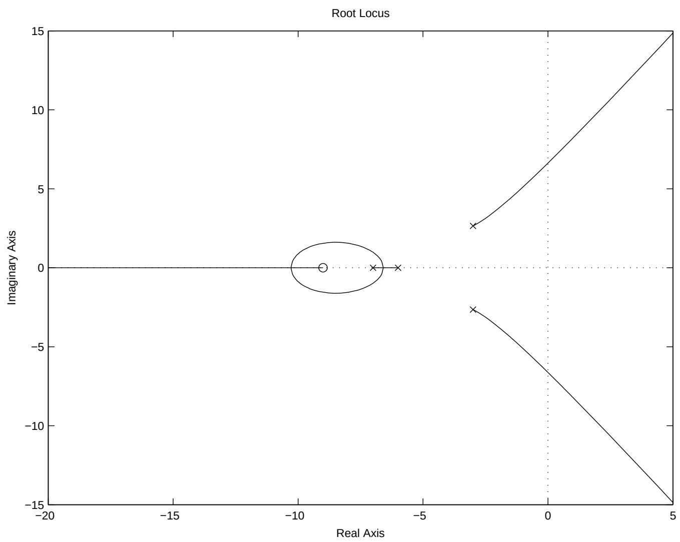


$$R(s) = K,$$

$$G(s) = \frac{s+9}{(s+6)(s+7)(s^2+6s+16)}$$

a) Si tracci il luogo delle radici del sistema al variare di $K > 0$, indicando l'ascissa del punto di incontro di eventuali asintoti e del baricentro dei poli.

$$\sigma_a = \frac{1}{4-1}(-6-7-3-3+9) = -3.33 \qquad \sigma_B = \frac{1}{4}(-6-7-6) = -4.75$$



b) Si determini per quali valori di $K > 0$ il sistema retroazionato risulta stabile asintoticamente e la pulsazione dei poli immaginari puri che si ottengono in corrispondenza della stabilità semplice. Si indichi inoltre il margine di ampiezza M_A del sistema.

Equazione Caratteristica:

$$s^4 + 19s^3 + 136s^2 + (460+K)s + (672+9K) = 0$$

Tabella di Routh:

4	1	136	$(672+9K)$
3	19	$460+K$	
2	$(2124-K)$	$19(672+9K)$	
1	$(2124-K)(460+K) - 19^2(672+9K)$		
0	$672+9K$		

La riga 1 fornisce la disequazione:

$$-K^2 - 1585K + 734448 > 0 \qquad \Longrightarrow \qquad -1959.8 < K < 374.76$$

Mentre dalla riga 0 si ottiene: $K > -672/9$, *dunque*

$$0 < K < 374.76 = K^*$$

La pulsazione di attraversamento si determina come:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{460+K^*}{19}} = 6.6283 \ rad/sec$$

Ovviamente, per la definizione di margine di ampiezza, si ha che:

$$M_A = K^* = 374.76$$

b) Considerando gli ingressi a gradino $x(t) = 3h(t); d(t) = 10h(t)$ ($h(t)$ gradino unitario), si determini il valore di K necessario per ottenere un errore a regime $e_\infty < 2\%$. Si commenti tale risultato.

$$E(s) = \frac{1}{1+KG(s)}X(s) - \frac{G(s)}{1+KG(s)}D(s)$$

Dunque:

$$e_\infty = \frac{3}{1+KG(0)} - \frac{10G(0)}{1+KG(0)} = \frac{3-0.134}{1+K\times 0.0134} < 0.02$$

da cui:

$$K > \frac{2.9866-0.02}{2.68\times 10^{-4}} = 11075$$

Non è possibile soddisfare la specifica con un regolatore proporzionale perché il sistema risulterebbe instabile

2. Si tracci il diagramma polare della seguente funzione di anello:

$$L(s) = \frac{10-s}{s(s+5)}$$

indicandone le caratteristiche salienti, come ascissa di eventuali asintoti e di eventuali intersezioni con l'asse reale. Applicando il criterio di Nyquist, si traggano infine conclusioni sulla stabilità del sistema retroazionato.

$$|L(j0^+)| = \infty \qquad \arg(L(j0^+)) = -\frac{\pi}{2}$$

Sistema di tipo 1, esiste un asintoto verticale di ascissa:

$$\sigma_A = 2\left(-\frac{1}{10} - \frac{1}{5}\right) = -\frac{3}{5}$$

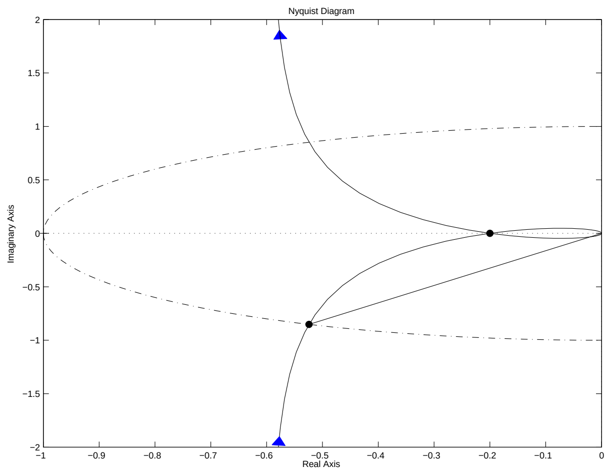
si ha poi che $\Delta_A = \left(-\frac{1}{10} - \frac{1}{5}\right) < 0$ *quindi il diagramma parte in senso orario. L'intersezione con l'asse reale si determina con il criterio di Routh:*

$$s^2 + 5s + 7k - ks = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 1 & 10k \\ 1 & 5-k & \\ 0 & 10k & \end{array}$$

dunque:

$$\sigma^* = -\frac{1}{5} = -0.2$$



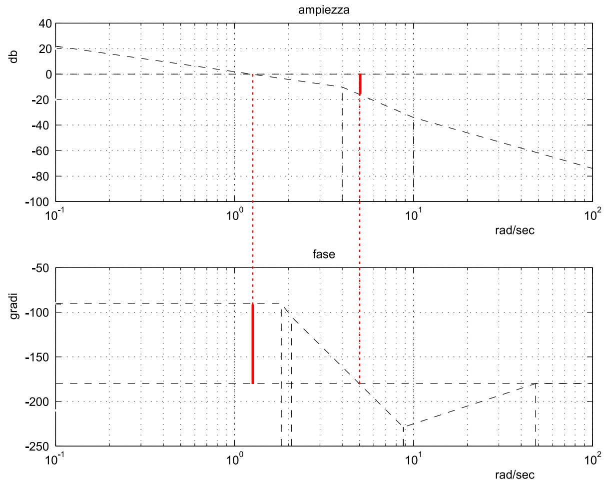
Si ricordi che il diagramma va completato con una semicirconferenza all'infinito percorsa in senso orario da $\omega = 0^-$ *a* $\omega = 0^+$.

$$R = 0 \qquad n_p = 0 \Longrightarrow STABILE$$

3. Si consideri la funzione di anello:

$$L(s) = 2\frac{s+10}{s(s^2+4s+16)}$$

a) Si traccino i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi, indicandone le caratteristiche salienti.

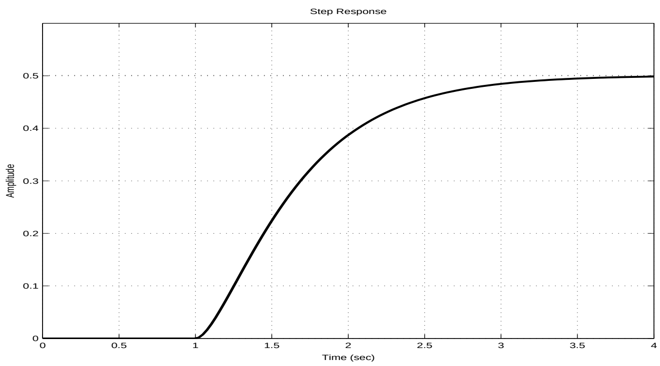


Il posizionamento verticale del diagramma si effettua agevolmente calcolando il modulo per $\omega = 1$:

$$|L(j)| = 1.2950 = 2.245dB$$

b) Si fornisca una stima dei margini di fase e di ampiezza del sistema evidenziandoli sui diagrammi.

4. Un sistema dinamico presenta la risposta al gradino unitario illustrata in figura:



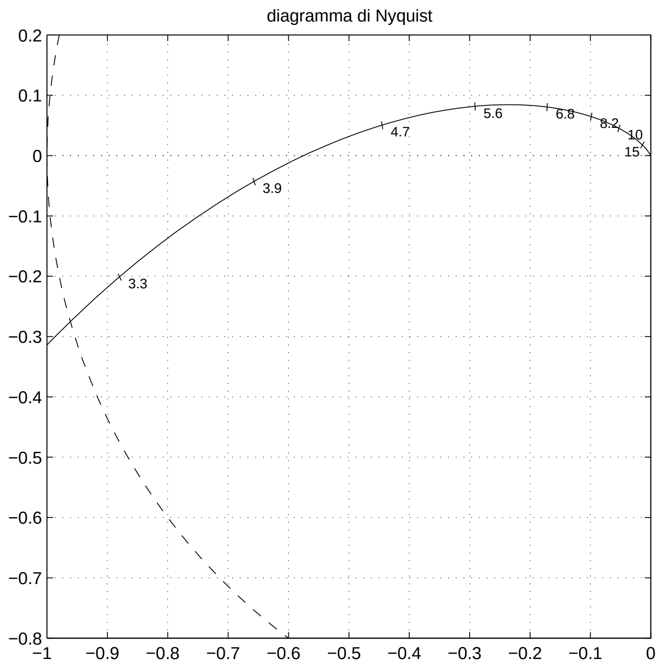
Utilizzando le seguenti formule, estratte dalle Tabelle di Ziegler-Nichols, si progetti un regolatore PID in forma ideale.

$$KK_p = 1.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} \quad T_i/\tau = 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad T_d/\tau = 0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$$

N.B. Si evidenzi la costruzione grafica utilizzata ed il valore dei parametri ottenuti e si scriva la fdt complessiva del regolatore

$$K = 0.5, \quad \tau = 1.1sec \quad \theta = 0.9sec$$
$$K_p = 2.4444 \quad T_i = 1.8 \quad T_d = 0.45$$
$$R(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

5. Un sistema dinamico ha il diagramma polare rappresentato in figura.



a) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M\cos\phi - 1}{M\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M - \cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

determinare una rete ritardatrice in modo da ottenere un margine di ampiezza $M_A = 3$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 3.3\ rad/sec$)

b) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega\sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 40^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 4.7\ rad/sec$)

N.B. Si riportino le coordinate dei punti considerati e le fdt dei regolatori

Rete di ritardo:

$$A \equiv -0.8750 - j0.2 \qquad |A| = 0.8976 \qquad \phi_A = -167^o$$

$$|B| = 1/3 \qquad \phi_B = -180^o$$

$$M = \frac{|B|}{|A|} = 0.3714 \qquad \phi = \phi_B - \phi_A = -13^o$$

$$\tau = 2.3148 \qquad \alpha = 0.3509$$

$$R(s) = \frac{1 + \alpha\tau s}{1 + \tau s}$$

Rete di anticipo:

$$A \equiv -0.44 + j0.05 \qquad |A| = 0.4428 \qquad \phi_A = -186^o.5$$

$$|B| = 1 \qquad \phi_B = -140^o$$

$$M = \frac{|B|}{|A|} = 2.258 \qquad \phi = \phi_B - \phi_A = 45^o.5$$

$$\tau = 0.4354 \qquad \alpha = 0.064$$

$$R(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha\tau s}$$