Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 18 giugno 2003 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. La trasformazione bilineare distorce le frequenze di un segnale analogico comprimendole nel range $[0, \omega_s/2]$:

   ○ mai
   ⊗ sempre
   ○ solo se il tempo di campionamento non è scelto rispettando il Teorema di Shannon

2. Con il metodo di progetto "indiretto", partendo da un regolatore $R(s)$ con n poli in s, si può ottenere un regolatore $R(z)$ che presenta

   ⊗ sempre un numero n di poli in z
   ○ un numero $n' \geq n$ di poli in z
   ○ un numero $n' \leq n$ di poli in z

3. Il fenomeno dell'aliasing, nel campionamento di un segnale analogico, si manifesta:

   ⊗ sempre
   ○ solo se la frequenza di campionamento è maggiore del doppio della frequenza di Nyquist
   ○ solo se la frequenza di campionamento è maggiore del doppio della massima frequenza del segnale

4. In principio, può essere trasformato in un regolatore digitale $R(z)$:

   ⊗ qualsiasi regolatore analogico $R(s)$
   ○ solo regolatori analogici $R(s)$ di tipo "rete correttrice" o "PID"
   ○ solo regolatori analogici $R(s)$ che verificano le specifiche sul tempo di campionamento

5. Considerando che la variabile z è una variable complessa, il luogo delle radici di una funzione $R(z)$ si può tracciare

   ○ sempre, ma non ha senso
   ⊗ sempre, e fornisce, con le opportune modifiche, indicazioni analoghe a quelle del piano s
   ○ mai

6. Il progetto "in anello aperto" di un regolatore PID utilizzando le tabelle di Ziegler-Nichols presuppone la conoscenza della f.d.t. $G(s)$ del processo come

   ○ una f.d.t. del secondo ordine
   ○ non occorre conoscere la f.d.t.
   ⊗ una f.d.t. del primo ordine

7. Il dominio di stabilità nel piano z è delimitato da:

   ⊗ una circonferenza di raggio unitario centrata nell'origine
   ○ una circonferenza di raggio 0.5 centrata in (0, 0.5)
   ○ dalla striscia "primaria", definita dalle rette parallele all'asse reale e di ordinata $\pm j\omega_s/2$

8. Un sistema che ha un guadagno $K_v = 0.5$ (costante di velocità) presenta un errore a regime:

   ⊗ nullo per ingresso a gradino unitario
   ○ pari a 0.5 per ingresso a rampa unitaria
   ⊗ pari a 2 per ingresso a rampa unitaria

9. Il metodo di discretizzazione "bilineare con precompensazione frequenziale" si basa sulla seguente sostituzione:

   ○ $s = \frac{\tan \omega_1}{\frac{\omega_1 T}{2}} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
   ○ $s = \frac{\frac{\omega_1 T}{2}}{\tan \omega_1} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
   ⊗ $s = \frac{\omega_1}{\tan \frac{\omega_1 T}{2}} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

10. Il sistema lineare $G(z) = \frac{z-0.5}{(z-1)^2}$ è

    ○ semplicemente stabile
    ○ asintoticamente stabile
    ⊗ instabile

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito del 18 giugno 2003 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Il sistema lineare $G(z) = \frac{z-0.5}{(z-1)^2}$ è

   ○ semplicemente stabile
   ○ asintoticamente stabile
   ⊗ instabile

2. Con il metodo di progetto "indiretto", partendo da un regolatore $R(s)$ con n poli in s, si può ottenere un regolatore $R(z)$ che presenta

   ○ un numero $n' \geq n$ di poli in z
   ⊗ sempre un numero n di poli in z
   ○ un numero $n' \leq n$ di poli in z

3. Il fenomeno dell'aliasing, nel campionamento di un segnale analogico, si manifesta:

   ○ solo se la frequenza di campionamento è maggiore del doppio della frequenza di Nyquist
   ⊗ sempre
   ○ solo se la frequenza di campionamento è maggiore del doppio della massima frequenza del segnale

4. La trasformazione bilineare distorce le frequenze di un segnale analogico comprimendole nel range $[0, \omega_s/2]$:

   ○ solo se il tempo di campionamento non è scelto rispettando il Teorema di Shannon
   ⊗ sempre
   ○ mai

5. Considerando che la variabile z è una variable complessa, il luogo delle radici di una funzione $R(z)$ si può tracciare

   ○ mai
   ○ sempre, ma non ha senso
   ⊗ sempre, e fornisce, con le opportune modifiche, indicazioni analoghe a quelle del piano s

6. Il progetto "in anello aperto" di un regolatore PID utilizzando le tabelle di Ziegler-Nichols presuppone la conoscenza della f.d.t. $G(s)$ del processo come

   ⊗ una f.d.t. del primo ordine
   ○ non occorre conoscere la f.d.t.
   ○ una f.d.t. del secondo ordine

7. Il metodo di discretizzazione "bilineare con precompensazione frequenziale" si basa sulla seguente sostituzione:

   ○ $s = \frac{\frac{\omega_1 T}{2}}{\tan \omega_1} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
   ○ $s = \frac{\tan \omega_1}{\frac{\omega_1 T}{2}} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
   ⊗ $s = \frac{\omega_1}{\tan \frac{\omega_1 T}{2}} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

8. Il dominio di stabilità nel piano z è delimitato da:

   ○ una circonferenza di raggio 0.5 centrata in (0, 0.5)
   ⊗ una circonferenza di raggio unitario centrata nell'origine
   ○ dalla striscia "primaria", definita dalle rette parallele all'asse reale e di ordinata $\pm j\omega_s/2$

9. Un sistema che ha un guadagno $K_v = 0.5$ (costante di velocità) presenta un errore a regime:

   ⊗ nullo per ingresso a gradino unitario
   ⊗ pari a 2 per ingresso a rampa unitaria
   ○ pari a 0.5 per ingresso a rampa unitaria

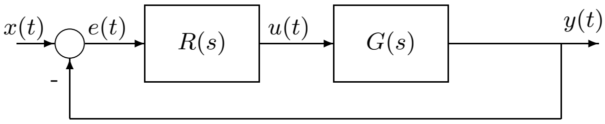
10. In principio, può essere trasformato in un regolatore digitale $R(z)$:

   ⊗ qualsiasi regolatore analogico $R(s)$
   ○ solo regolatori analogici $R(s)$ che verificano le specifiche sul tempo di campionamento
   ○ solo regolatori analogici $R(s)$ di tipo "rete correttrice" o "PID"

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 18 giugno 2003 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.

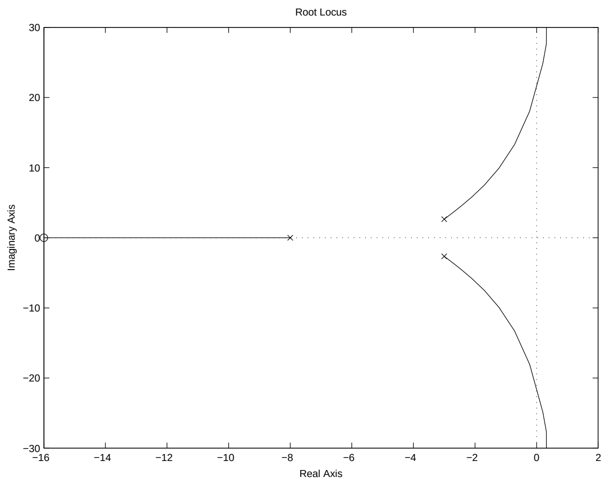


$$R(s) = KR_1(s) \qquad R(0) = K,$$

$$G(s) = \frac{s+16}{(s^2+6s+16)(s+8)}$$

a) Assumendo $R_1(s) = 1$, si tracci il luogo delle radici del sistema al variare di $K > 0$, indicando l'ascissa del punto di incontro di eventuali asintoti e del baricentro dei poli.

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-6-8+16) = 1 \qquad \sigma_b = \frac{1}{3}(-6-8) = -\frac{14}{3}$$



b) Si determini per quali valori di $K > 0$ il sistema retroazionato risulta stabile asintoticamente e la pulsazione dei poli immaginari puri che si ottengono in corrispondenza della stabilità semplice.

$$s^3 + 14s^2 + (64+K)s + 16(8+K) = 0$$

3	1	$64+K$
2	14	$16(8+K)$
$2'$	7	$8(8+K)$
1	$384-K$	
0	$8+K$	

$$-8 < K < 384 = K^* \qquad \Longrightarrow \qquad \omega^* = \sqrt{\frac{8(8+K^*}{7}} = 21.16 \text{ rad/sec}$$

c) In funzione di K, si calcoli l'errore a regime in risposta ai segnali $x(t) = 7t$ e $x(t) = 7h(t)$ ($h(t)$ gradino unitario).

$$e_v = \infty \qquad e_p = \frac{56}{8+K}$$

2. Con riferimento all'esercizio precedente, si assuma $R_1(s) = \frac{1+\tau_z s}{1+\tau_p s}$. Utilizzando tecniche di cancellazione polo/zero, si progetti $R_1(s)$ in modo che sia una rete anticipatrice tale da garantire, per valori elevati di K, tempo di assestamento T_a al 5% di circa 1.5 sec. *Suggerimento: si rammenta che, per sistemi a poli complessi coniugati,* $T_{a5} \simeq \frac{3}{\delta\omega_n}$

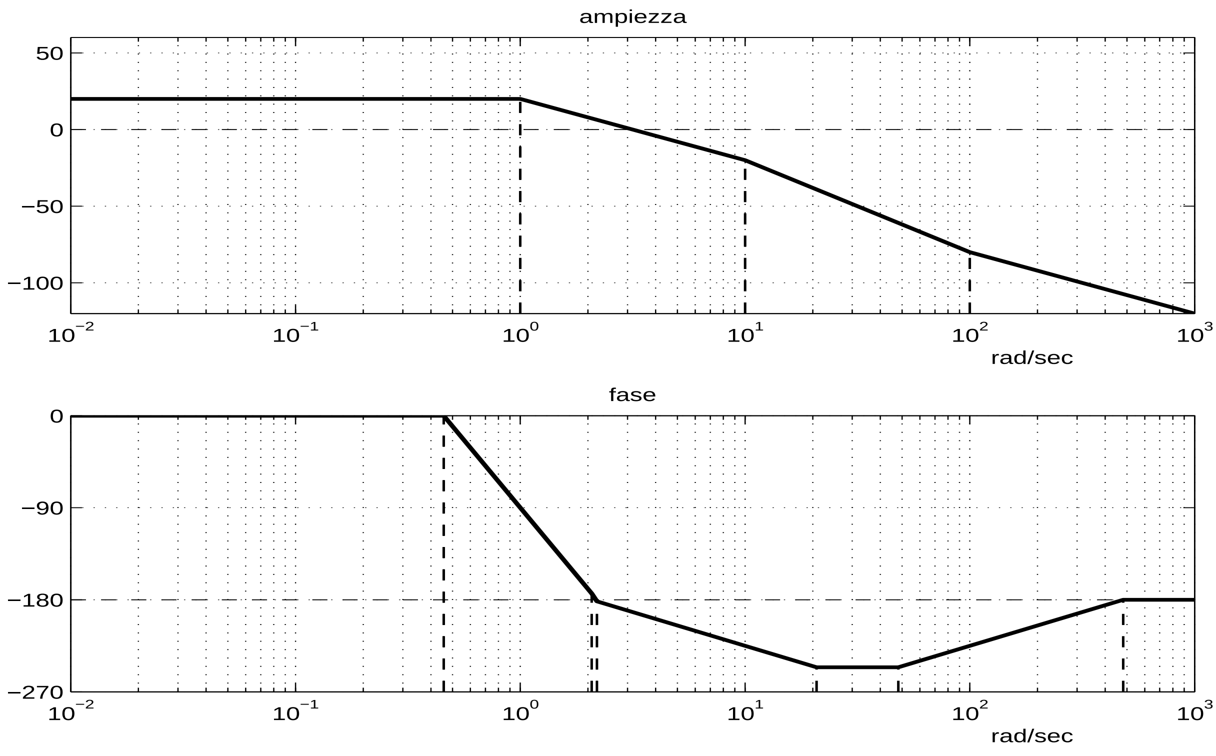
Rete di anticipo per cancellazione ⇒ deve cancellare lo zero di $G(s)$; $T_a = 1.5 \quad \Rightarrow \quad \sigma_a = -2$:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-6-8-z) = -2 \qquad \Longrightarrow z = -10$$

quindi:

$$\tau_p = \frac{1}{16} \qquad \tau_z = \frac{1}{10}$$

3. Si consideri il diagramma di Bode riportato in figura e relativo alla funzione di trasferimento $G(s) = \frac{s+100}{(s+10)(s^2+s+1)}$



a) Si scelga il guadagno necessario ad un regolatore proporzionale K per ottenere, per il sistema retroazionato, $e_\infty < 1\%$ in risposta ad un gradino unitario.

$$e_\infty = \frac{1}{1+KG(0)} < 0.01 \quad \Rightarrow \quad K > 9.9 \qquad \Longrightarrow \qquad K = 10$$

b) Si tracci il diagramma asintotico del sistema $G_1(s) = KG(s)$, riportando i margini di ampiezza e fase. Osservando tali margini, il sistema in retroazione è stabile?

La figura seguente riporta in blu il sistema $G_1(s)$ ed in rosso il sistema $L(s)$ (vedi esercizio successivo). Per quanto riguarda $G_1(s)$, si osserva che entrambi i margini sono negativi e pertanto il sistema retroazionato sarebbe instabile.

4. Con riferimento al sistema $G_1(s) = KG(s)$ ottenuto nell'esercizio precedente:

a) si progetti, utilizzando metodi di cancellazione poli/zeri, un regolatore $R(s)$ che assicuri $M_F > 60^0$ per $\omega_c > 2.7$ rad/sec. (*Si riporti sul diagramma la costruzione utilizzata*)

Si sceglie per semplicità $\omega_c = 3$ rad/sec, dalla costruzione grafica (riportata in rosso nel diagramma delle ampiezze):

$$R(s) = 0.1\frac{(s^2+s+1)(s+10)}{(\frac{s}{0.0266}+1)(\frac{s}{16.788}+1)^2} = 0.75\frac{(s^2+s+1)(s+10)}{(s+16.788)^2(s+0.0266)}$$

Si noti che $R(0) = 1$

b) si svolgano considerazioni idonee alla scelta del periodo di campionamento per il sistema complessivo, la cui funzione di anello è $L(s) = KR(s)G(s)$.

Se si assume l'approssimazione $\omega_c \simeq \omega_b$, ove ω_b è la banda passante del sistema retroazionato, una scelta del tempo di campionamento è dettata dalla regola empirica:

$$\frac{2\pi}{T} = \omega_s = 20\omega_b \simeq 20\omega_c$$

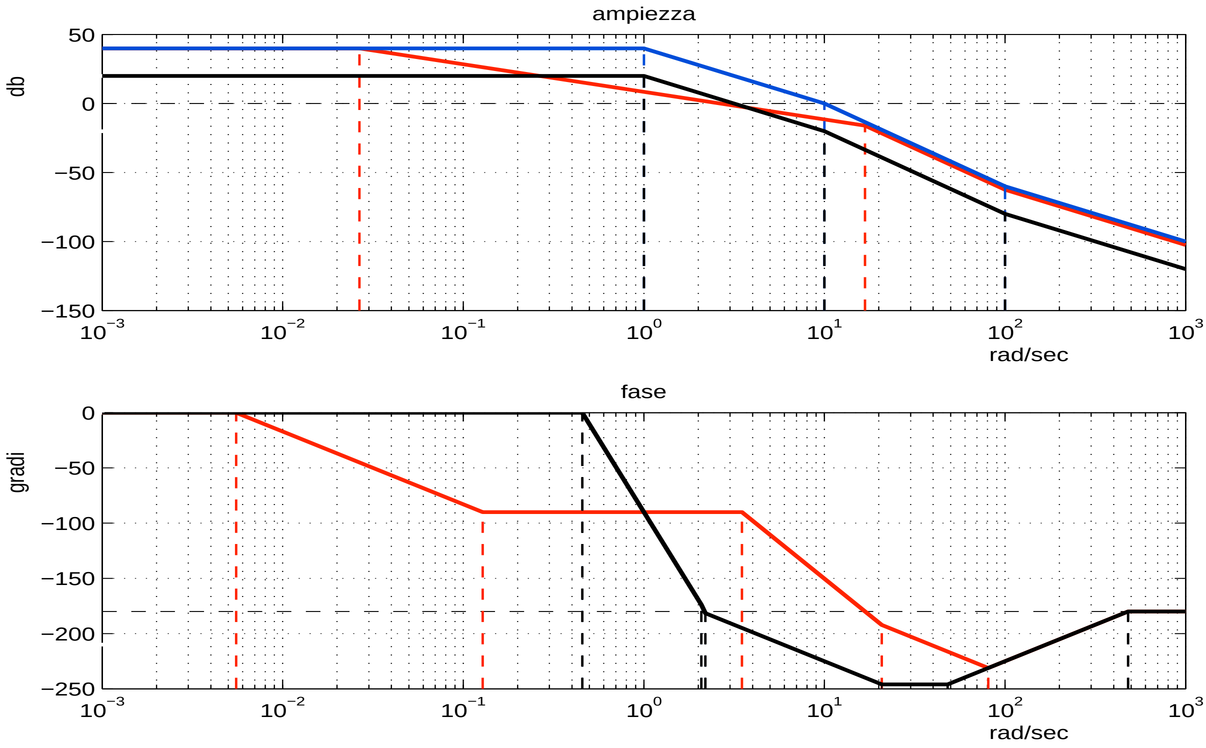
per cui:

$$T = \frac{\pi}{10\omega_c} = \frac{\pi}{10\times 3} \simeq 0.1 \text{ sec}$$

La validità di tale scelta deve essere confermata da verifiche a posteriori.

5. Dato il regolatore tempo-continuo $R(s) = \dfrac{s+3}{s+10}$:

a) calcolare il regolatore tempo-discreto $R(z)$ utilizzando il metodo delle differenze all'indietro ($s = \frac{1-z^{-1}}{T}$) e tempo di campionamento $T = 0.1$ sec.



$$R(z) = \frac{1}{2}\frac{1.3 - z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1}}$$

b) scrivere l'equazione alle differenze associata ad $R(z)$

$$u_k = \frac{1.3}{2}e_k - \frac{1}{2}e_{k-1} + \frac{1}{2}u_{k-1}$$

c) si calcoli il valore dell'uscita di controllo u_k agli istanti $t = 0, T, 2T$ in risposta all'ingresso $e(0) = 1,\ e(1) = e(2) = \ldots = 0$.

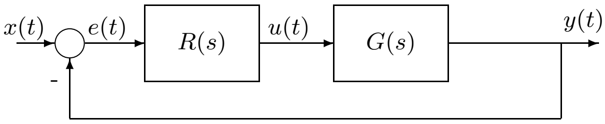
$$\begin{aligned}
u(0) &= 0.65 \times 1 - 0.5 \times 0 + 0.5 \times 0 = 0.65 \\
u(1) &= 0.65 \times 0 - 0.5 \times 1 + 0.5 \times 0.65 = -0.175 \\
u(2) &= 0.65 \times 0 - 0.5 \times 0 + 0.5 \times -0.175 = -0.0875
\end{aligned}$$

Cognome, Nome, N. Matr.:

Controlli Automatici L-B - Cesena

Compito 18 giugno 2003 - Problemi

1. Si consideri lo schema a blocchi di figura.

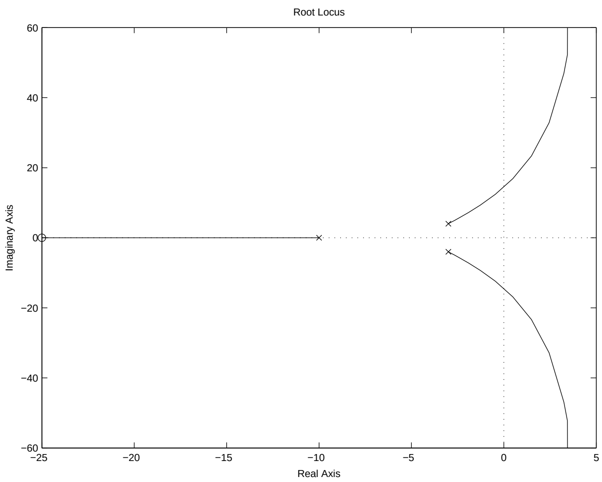


$$R(s) = KR_1(s) \qquad R(0) = K,$$

$$G(s) = \frac{s+25}{(s^2+6s+25)(s+10)}$$

a) Assumendo $R_1(s) = 1$, si tracci il luogo delle radici del sistema al variare di $K > 0$, indicando l'ascissa del punto di incontro di eventuali asintoti e del baricentro dei poli.

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-6-10+25) = 4.5 \qquad \sigma_b = \frac{1}{3}(-6-10) = -\frac{16}{3}$$



b) Si determini per quali valori di $K > 0$ il sistema retroazionato risulta stabile asintoticamente e la pulsazione dei poli immaginari puri che si ottengono in corrispondenza della stabilità semplice.

$$s^3 + 16s^2 + (85+K)s + 25(10+K) = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 85+K \\ 2 & 16 & 25(10+K) \\ 1 & 1110-9K & \\ 0 & 10+K & \end{array}$$

$$-10 < K < 123.3 = K^* \qquad \Longrightarrow \qquad \omega^* = \sqrt{\frac{25(10+K^*}{16}} = 14.43 \text{ rad/sec}$$

c) In funzione di K, si calcoli l'errore a regime in risposta ai segnali $x(t) = 5t$ e $x(t) = 5h(t)$ ($h(t)$ gradino unitario).

$$e_v = \infty \qquad e_p = \frac{50}{10+K}$$

2. Con riferimento all'esercizio precedente, si assuma $R_1(s) = \dfrac{1+\tau_z s}{1+\tau_p s}$. Utilizzando tecniche di cancellazione polo/zero si progetti $R_1(s)$ in modo che sia una rete anticipatrice tale da garantire, per valori elevati di K, tempo di assestamento T_a al 5% di circa 3 sec.

Rete di anticipo per cancellazione $\Rightarrow$ deve cancellare lo zero di $G(s)$; $T_a = 3 \quad \Rightarrow \quad \sigma_a = -1$:

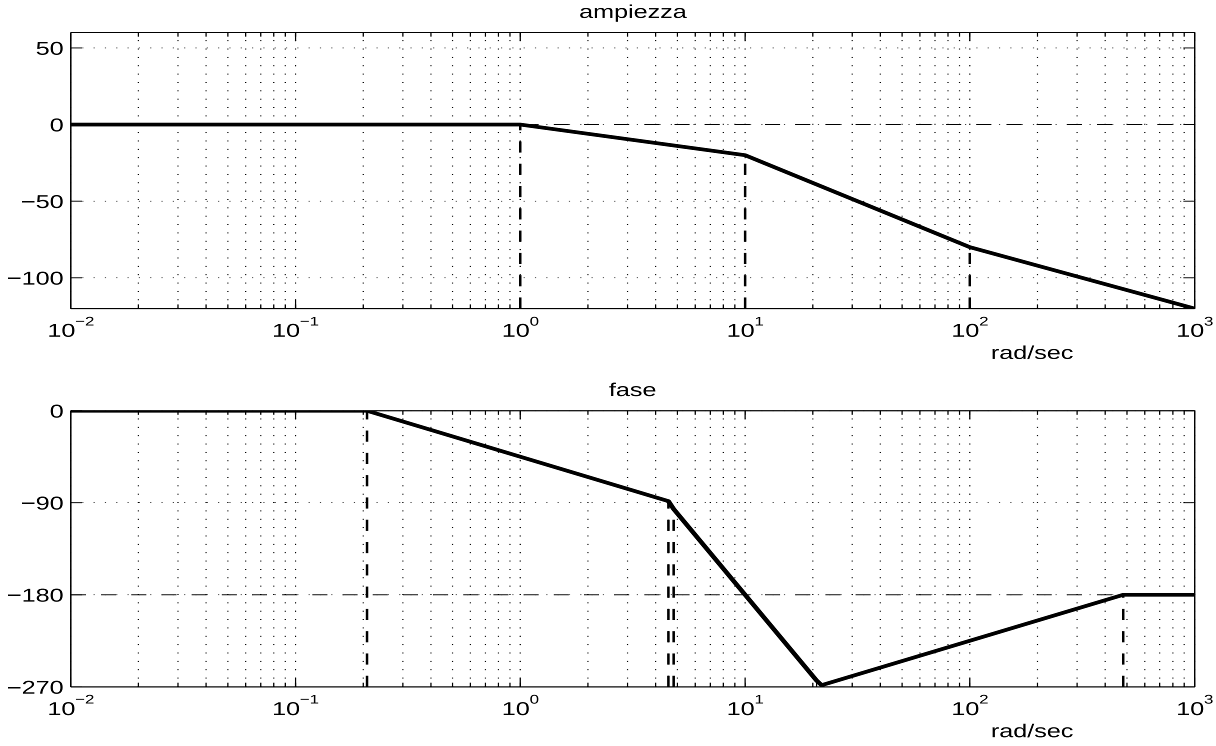
$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-6-10-z) = -1 \qquad \Longrightarrow \qquad z = -14$$

quindi:

$$\tau_p = \frac{1}{25} \qquad \tau_z = \frac{1}{14}$$

Suggerimento: si rammenta che, per sistemi a poli complessi coniugati, $T_{a5} \simeq \frac{3}{\delta\omega_n}$

3. Si consideri il diagramma di Bode riportato in figura e relativo alla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{s+100}{(s^2+10s+100)(s+1)}$



a) Si scelga il guadagno necessario ad un regolatore proporzionale K per ottenere, per il sistema retroazionato, $e_\infty < 5\%$ in risposta ad un gradino unitario.

$$e_\infty = \frac{1}{1+KG(0)} < 0.05 \quad \Rightarrow \quad K > 19 \qquad \Longrightarrow \qquad K = 20$$

b) Si tracci il diagramma asintotico del sistema $G_1(s) = KG(s)$, riportando i margini di ampiezza e fase. Osservando tali margini, il sistema in retroazione è stabile?

La figura seguente riporta in blu il sistema $G_1(s)$ ed in rosso il sistema $L(s)$ (vedi esercizio successivo). Per quanto riguarda $G_1(s)$, si osserva che entrambi i margini sono negativi e pertanto il sistema retroazionato sarebbe instabile.

4. Con riferimento al sistema $G_1(s) = KG(s)$ ottenuto nell'esercizio precedente:

a) Si progetti, utilizzando metodi analitici, un regolatore $R(s)$ che assicuri $M_F > 60^0$ per $\omega_c > 1.8$ rad/sec. (*Si riporti sul diagramma la costruzione utilizzata*)

Si sceglie per semplicità $\omega_c = 2$ rad/sec, dalla costruzione grafica (riportata in rosso nel diagramma delle ampiezze):

$$R(s) = 0.852\frac{(s+1)(s^2+10s+100)}{(s+0.0852)(s+31.6228)^2}$$

Si noti che $R(0) = 1$

b) Si svolgano considerazioni idonee alla scelta del periodo di campionamento per il sistema complessivo, la cui funzione di anello è $L(s) = KR(s)G(s)$.

Se si assume l'approssimazione $\omega_c \simeq \omega_b$, ove ω_b è la banda passante del sistema retroazionato, una scelta del tempo di campionamento è dettata dalla regola empirica:

$$\frac{2\pi}{T} = \omega_s = 20\omega_b \simeq 20\omega_c$$

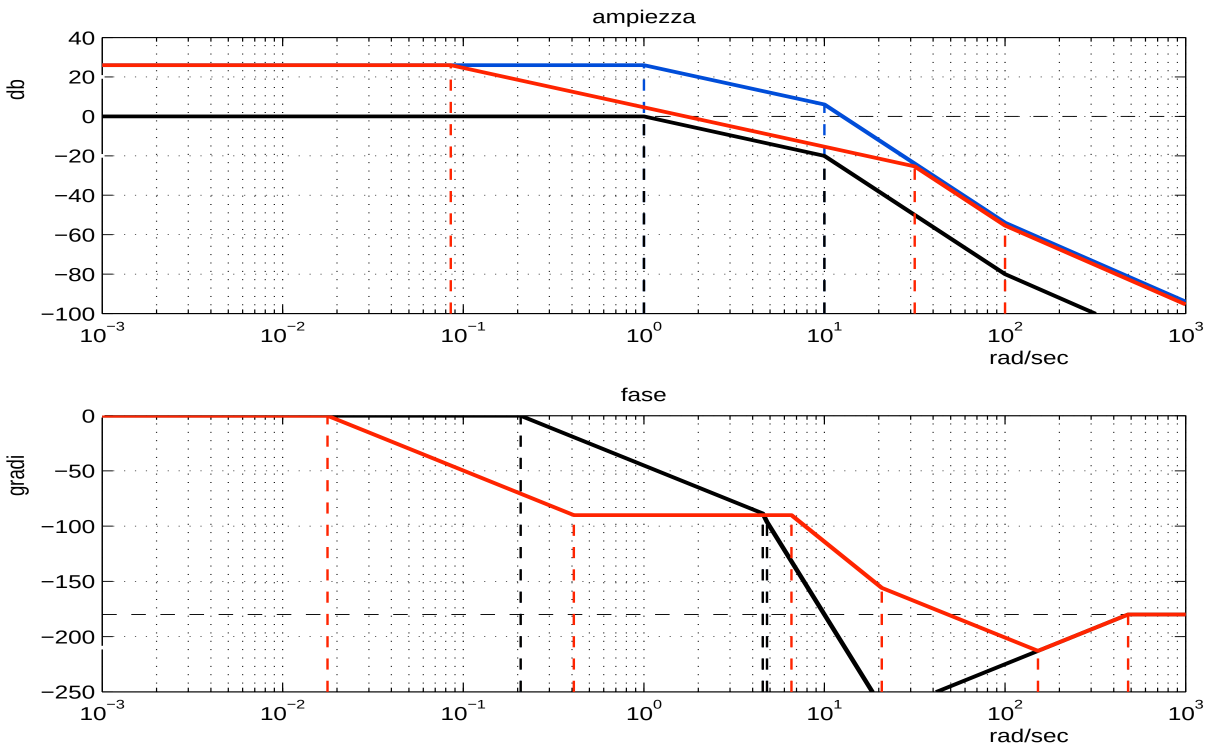
per cui:

$$T = \frac{\pi}{10\omega_c} = \frac{\pi}{10 \times 2} \simeq 0.15 \text{ sec}$$

La validità di tale scelta deve essere confermata da verifiche a posteriori.

5. Dato il regolatore tempo-continuo $R(s) = \dfrac{s+15}{s+7}$:

a) calcolare il regolatore tempo-discreto $R(z)$ utilizzando il metodo della trasformazione bilineare ($s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$) e tempo di campionamento $T = 0.2$ sec.



$$R(z) = \frac{25}{17} \frac{1 + 0.2z^{-1}}{1 - 0.1765z^{-1}}$$

b) scrivere l'equazione alle differenze associata a $R(z)$

$$u_k = \frac{25}{17} e_k + \frac{5}{17} e_{k-1} + 0.1765 u_{k-1}$$

c) si calcoli il valore dell'uscita di controllo u_k agli istanti $t = 0, T, 2T$ in risposta all'ingresso $e(0) = 1,\ e(1) = e(2) = \ldots = 0$.

$$\begin{aligned} u(0) &= 1.4706 \times 1 + 0.2941 \times 0 + 0.1765 \times 0 = 1.4706 \\ u(1) &= 1.4706 \times 0 + 0.2941 \times 1 + 0.1765 \times 1.4706 = 0.5537 \\ u(2) &= 1.4706 \times 0 + 0.2941 \times 0 + 0.1765 \times 0.5537 = 0.0977 \end{aligned}$$