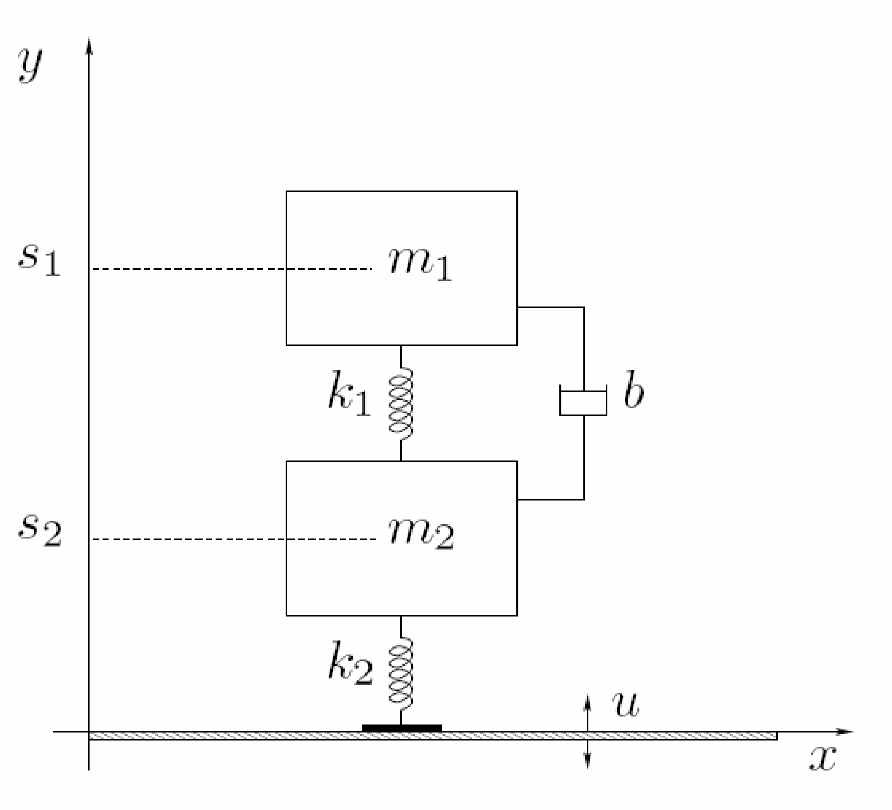
CONTROLLI AUTOMATICI LS
Ingegneria Informatica

Sospensione Di Veicolo

Gianni Borghesan

gianni.borghesan@unibo.it

Modello



- m1: massa gravante sulla sospensione considerata
- m2: massa della ruota
- k1: costante elastica della molla della sospensione;
- k2: costante elastica relativa al pneumatico;
- b: coefficiente di attrito viscoso che descrive il comportamento dell'ammortizzatore;
- s1: posizione di equilibrio della carrozzeria del veicolo in assenza di ingressi (il veicolo
- s2: posizione di equilibrio della ruota in assenza di ingressi (il veicolo `e fermo);

Esercizio 1

- Definire il modello nello spazio degli stati (Matrici A, B,C,D)

$$
\begin{aligned}
m_1 \ddot{s}_1(t) &= -k_1(s_1(t) - s_2(t)) - b(\dot{s}_1(t) - \dot{s}_2(t)) \\
m_2 \ddot{s}_2(t) &= k_1(s_1(t) - s_2(t)) + b(\dot{s}_1(t) - \dot{s}_2(t)) - k_2(s_2(t) - u(t))
\end{aligned}
$$

- Considerare come stato il vettore *x(t)*

$$
\begin{aligned}
x(t) &= [x_1 \;\; x_2 \;\; x_3 \;\; x_4]^T \\
&= [s_1 \;\; \dot{s}_1 \;\; s_2 \;\; \dot{s}_2]^T
\end{aligned}
$$

- Con i seguenti valori

m1=250Kg k1=1000N/m b=500Ns/m

m2=40Kg k2=20000N/m

- Analisi delle risposte nel dominio del tempo (evoluzione libera da stato non nullo, impulso, gradino, sinusoide)

Esercizio 2

- Portare la il sistema nella forma di Jordan REALE!

- Si sfrutta il comando

[Tc,diag]=eig(A)

Che fornisce la base Tc e una matrice diagonale con gli autovalori.

La base di Tc è una base per una forma canonica complessa, quindi, se sono presenti autovalori c.c. bisognerà operare sulla base ottenuta per ottnere una forma reale.

Esercizio 2

- Nel nostro caso
$$\sigma_1 \pm j\omega_1 = -6.3024 \pm j21.4802$$
$$\sigma_2 \pm j\omega_2 = -0.9476 \pm j1.7587$$

$$Jc = \begin{bmatrix} \sigma_1 + j\omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 - j\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 + j\omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_2 - j\omega_2 \end{bmatrix}$$

Invece voglio una matrice:

$$J = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \omega_1 & 0 & 0 \\ -\omega_1 & \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 & \omega_2 \\ 0 & 0 & -\omega_2 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

- Soluzione:

Considero una matrice di Tr che mi dia una forma reale:

Si può od agire costruendo T oppure costruendo un'altra base

$$T_r = \begin{bmatrix} \frac{T_1+T_2}{2} & \frac{T_1-T_2}{2j} & \frac{T_3+T_4}{2} & \frac{T_3-T_4}{2j} \end{bmatrix}$$

$$J = T_r^{-1} A T_r = \hat{T}^{-1} T^{-1} A T \hat{T}$$

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2j} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{2j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2j} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2j} \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

- Calcolo dell'evoluzione libera

$$e^{Aj*t} = \begin{bmatrix} c_{\lambda 1} & s_{\lambda 1} & 0 & 0 \\ -s_{\lambda 1} & c_{\lambda 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{\lambda 2} & s_{\lambda 2} \\ 0 & 0 & -s_{\lambda 2} & c_{\lambda 2} \end{bmatrix}$$

$$c_{\lambda} = e^{\sigma t}\cos(\omega t)$$

$$s_{\lambda} = e^{\sigma t}\sin(\omega t)$$

Evoluzione nel tempo dello stato/uscita

$$x_J(t) = e^{A_J*t}x_J(0)$$

$$x(t) = Tx_J(t) = Te^{A_J*t}x_J(0) = Te^{A_J*t}T^{-1}x(0)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Esercizio 3

- Discretizzare il modello, simulare in matlab e simulink
- Fare diagramma di bode e valutare la giusta frequenza

$$\frac{2\pi}{10\alpha\omega_c} \leq T_c \leq \frac{2\pi}{\alpha\omega_c}, \quad \alpha = 10$$

CONTROLLI AUTOMATICI LS

Sospensione Di Veicolo
FINE

Gianni Borghesan

gianni.borghesan@unibo.it