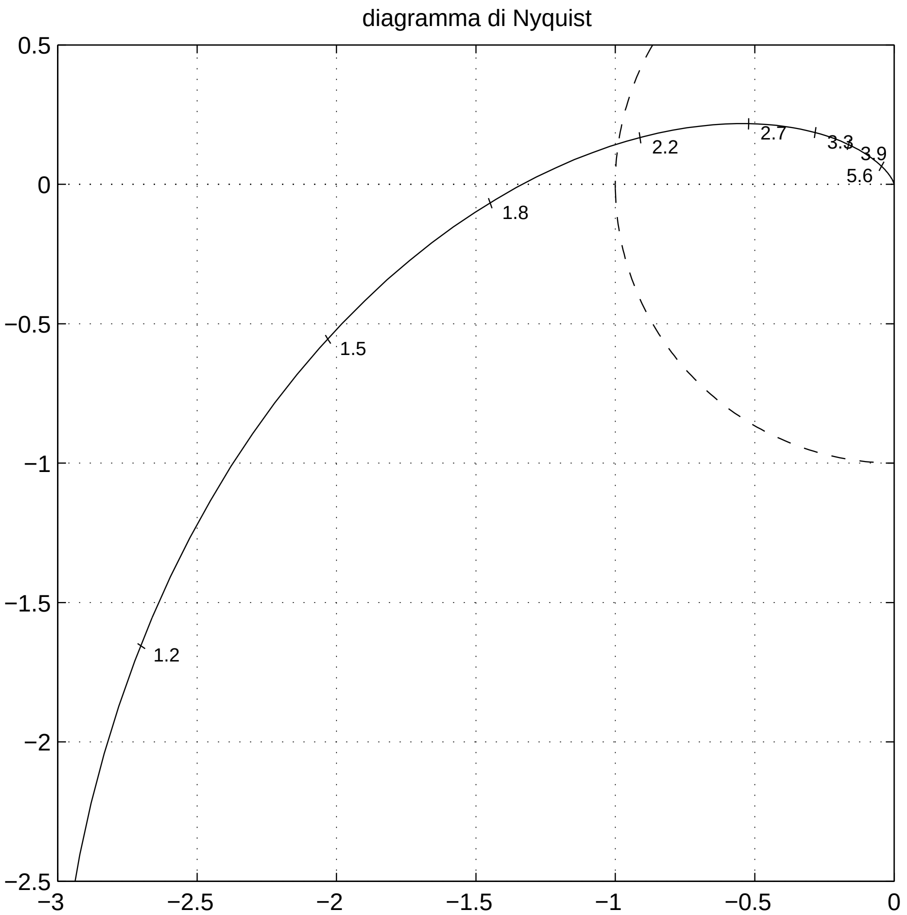
Progetto di Reti Correttrici con Formule di Inversione

Nicola Diolaiti

Esercitazioni di Controlli Automatici LA (Prof. C. Melchiorri)

1. Un sistema dinamico ha il diagramma di Nyquist rappresentato in figura.



RA-MF) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M - \cos\phi}{\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M\cos\phi - 1}{M(M - \cos\phi)}$$

determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di fase $M_F = 20^o$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 2.7\ rad/sec$)

RA-MA) determinare una rete anticipatrice in modo da ottenere un margine di ampiezza $M_A = 2$ (suggerimento: si consideri il punto di pulsazione $\omega = 3.3\ rad/sec$)

SOLUZIONE:

RA-MF) Misurando direttamente sul diagramma le coordinate del punto A a pulsazione $\omega = 2.7$ rad/sec, si ottiene:

$$A = -0.5237 + j0.2132 \Longrightarrow |A| = 0.5654 \;\; \arg\{A\} = -202^o$$

da cui:

$$M = \frac{1}{|A|} = 1.7637 \qquad \phi = -160^o + 202^o = 42^o$$

Si noti che per la rete di anticipo deve necessariamente risultare $M > 1$ e $\phi > 0$

$$\tau = 0.5670 \qquad \alpha = 0.1713$$

e quindi la rete richiesta ha espressione:

$$R_{a1}(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s} = \frac{1 + 0.5670s}{1 + 0.0971s}$$

RA-MA) Con le specifiche sul margine di ampiezza:

$$A = -0.2868 + j0.1816 \Longrightarrow |A| = 0.3395 \;\; \arg\{A\} = -212^o$$

e il punto di arrivo è:

$$B = -\frac{1}{M_A} + j0 = -0.5$$

da cui

$$M = \frac{|B|}{|A|} = \frac{0.5}{0.3395} = 1.4728 \qquad \phi = -180^o + 212^o = 32^o$$

e infine

$$\tau = 0.3557 \qquad \alpha = 0.2643$$

$$R_{a2}(s) = \frac{1 + 0.3557s}{1 + 0.094s}$$

Supponendo che il diagramma in figura sia stato ottenuto a partire dalla funzione:

$$G(s) = \frac{15}{(0.5 + s)(1 + s)(2 + s)}$$

si discuta della stabilità del sistema che si ottiene retroazionando direttamente $G(s)$. Utilizzando il Control System Toolbox si traccino i diagrammi delle funzioni di anello $L_{a1}(s) = R_{a1}(s)G(s)$ e $L_{a2}(s) = R_{a2}(s)G(s)$ e li si confrontino con quelli del sistema di partenza. Si osservi l'azione delle reti di anticipo calcolate e si valuti la stabilità dei sistemi controllati.

RR-MF) Utilizzando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{M \cos\phi - 1}{M\omega \sin\phi}, \qquad \alpha = \frac{M(M - \cos\phi)}{M\cos\phi - 1}$$

Si progetti una rete di ritardo che garantisca $M_F = 30^o$ alla pulsazione $\omega = 1.2$ rad/sec.

RR-MA) Si progetti una rete di ritardo che garantisca $M_A = 5$ alla pulsazione $\omega = 1.5$ rad/sec.

SOLUZIONE:

RR-MF) Con le specifice sul margine di fase si ottiene:

$$A = -2.7026 - j1.6605 \Longrightarrow |A| = 3.1720 \ \ \arg\{A\} = -148^o$$

da cui

$$M = \frac{|B|}{|A|} = \frac{1}{3.1720} = 0.3153 \qquad \phi = -150^o + 148^o = -2^o$$

Si noti che per la rete di ritardo deve necessariamente risultare $M < 1$ e $\phi < 0$

e infine

$$\tau = 66.1996 \qquad \alpha = 0.3150$$

$$R_{r1}(s) = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s} = \frac{1+20.855s}{1+66.1996s}$$

RR-MA) Con le specifiche sul margine di ampiezza:

$$A = -2.0342 - j0.5605 \Longrightarrow |A| = 2.11 \ \ \arg\{A\} = -164.59^o$$

e il punto di arrivo è:

$$B = -\frac{1}{M_A} + j0 = -0.2$$

da cui

$$M = \frac{|B|}{|A|} = \frac{0.2}{0.3395} = 0.0948 \qquad \phi = -180^o + 164.59^o = -15.4^o$$

e infine

$$\tau = 24.0569 \qquad \alpha = 0.0907$$

$$R_{r2}(s) = \frac{1+2.1815s}{1+24.0569s}$$

Supponendo che il diagramma in figura sia stato ottenuto a partire dalla funzione:

$$G(s) = \frac{15}{(0.5+s)(1+s)(2+s)}$$

si discuta della stabilità del sistema che si ottiene retroazionando direttamente $G(s)$. Utilizzando il Control System Toolbox si traccino i diagrammi delle funzioni di anello $L_{r1}(s) = R_{r1}(s)G(s)$ e $L_{r2}(s) = R_{r2}(s)G(s)$ e li si confrontino con quelli del sistema di partenza. Si osservi l'azione delle reti di ritardo calcolate e si valuti la stabilità dei sistemi controllati.