Esempi di Esercizi e Quiz d'Esame

Nicola Diolaiti

Esercitazioni di Controlli Automatici LA (Prof. C. Melchiorri)

1 Quiz

1. Il segnale $x(t)$, antitrasformata di Laplace di $X(s) = \frac{1}{s(s+a)}$:

   ◯ è nullo per t=0 [$x(0) = 0$];
   ◯ ha derivata nulla per t=0 [$\dot{x}(0) = 0$];
   ◯ tende a zero per $t \to \infty$ [$x(\infty) = 0$].

   note: *occorre applicare il teorema del valore iniziale ad $X(s)$ ed alla trasformata della derivata: $\mathcal{L}[\dot{x}(t)] = sX(s) - x(0)$. Successivamente l'applicazione del teorema del valore finale consente di affermare che,* se esiste*, il valore a regime è diverso da zero.*

2. Il tempo di assestamento T_a di un sistema del secondo ordine stabile:

   ◯ dipende solo dalla pulsazione naturale ω_n;
   ◯ dipende solo dal coefficiente di smorzamento δ;
   ◯ dipende solo dalla parte reale dei poli;
   ◯ dipende solo dalla parte immaginaria dei poli.

   note: *Si ricordi che, approssimativamente, $T_a = \frac{3}{\delta\omega_n}$*

3. Il segnale $x(t) = 3\sin(4t)$ è l'ingresso del sistema $G(s) = \frac{5}{s^2(s+1)}$. L'uscita $y(t)$:

   ◯ tende all'infinito;
   ◯ tende al valore di regime del tipo $y(t) = A\sin(4t + \phi)$ (A e ϕ derivano da $G(j4)$);
   ◯ tende a zero;
   ◯ tende ad un valore costante non nullo.

   note: *Il sistema $G(s)$ possiede un polo doppio nell'origine e quindi è instabile (ad es. antitrasformando la risposta al gradino, si ha un modo del tipo $y_1(t) = Kt$ e quindi divergente). Pertanto anche la risposta ad un segnale sinusoidale è di tipo divergente.*

4. Siano dati due sistemi dinamici del secondo ordine caratterizzati da due coppie di valori (δ_1, ω_{n1}), (δ_2, ω_{n2}) rispettivamente:

   ◯ se $\omega_{n1} > \omega_{n2}$ e $\delta_1 = \delta_2$ allora il tempo di assestamento $T_{A1} > T_{A2}$;
   ◯ se $\delta_1 < \delta_2$ allora il sorpasso percentuale $S_1 > S_2$.

   note: *Si ricordino le relazioni: $S\% = 100e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}$ e $T_a = \frac{3}{\delta\omega_n}$*

5. La equazione differenziale $y^{(3)}(t) - 3y^{(2)}(t) + 5y^{(1)}(t) + y(t) = 10u(t)$ corrisponde a un sistema:

   ◯ asintoticamente stabile (tutti i poli a parte reale < 0);
   ◯ instabile (almeno un polo a parte reale > 0).

   note: *Si ricordi che condizione necessaria affinché tutte le radici di un polinomio siano a parte reale negativa è che i coefficienti abbiano tutti lo stesso segno.*

6. A regime, l'uscita $y(t)$ di un sistema $G(s)$ con in ingresso il segnale $x(t) = 5\cos(3t)$ è un segnale sinusoidale:

- ◯ sempre;
- ◯ se tutti i poli sono a parte reale negativa;
- ◯ solo se vi sono poli complessi coniugati.

note: *se un sistema è* ***stabile asintoticamente*** *allora i modi associati ai poli della funzione di trasferimento si esauriscono dopo una transitorio. Successivamente l'uscita* segue *l'andamento dell'ingresso.*

7. In un sistema fisicamente realizzabile (proprio) con tutti i poli e gli zeri a parte reale negativa, lo sfasamento per $\omega \to \infty$:
   - ◯ può essere positivo;
   - ◯ può essere negativo;
   - ◯ può essere nullo.

8. I poli di una funzione di trasferimento sono definiti dall'equazione $P(s) = (s+5)(s-2)(s^2+10)$. L'uscita del sistema per $t \to \infty$
   - ◯ rimane limitata
   - ◯ tende a 0
   - ◯ tende all'infinito
   - ◯ non si può dire: dipende dal segnale di ingresso

9. Il sistema dinamico descritto dalla funzione di trasferimento $\frac{s(s^2+1)}{s^3(s^2+2s+3)}$ è:
   - ◯ strettamente proprio
   - ◯ proprio
   - ◯ di tipo 2
   - ◯ del 5^o ordine

10. L'antitrasformata di Laplace $y(t)$ della funzione $Y(s) = \frac{1}{(s+a)^2}$ è data da:
    - ◯ $2e^{-at}$
    - ◯ e^{-2at}
    - ◯ te^{-at}

11. Sul piano s i luoghi dei punti a cui corrisponde un coefficiente di smorzamento δ costante sono:
    - ◯ rette parallele all'asse immaginario;
    - ◯ rette parallele all'asse reale;
    - ◯ rette uscenti dall'origine.

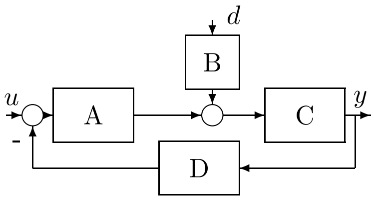
12. Un sistema del 2^o ordine che presenta un coefficiente di smorzamento $\delta < -1$ è caratterizzato da:
    - ◯ due poli complessi coniugati a parte reale negativa
    - ◯ due poli complessi coniugati a parte reale positiva
    - ◯ due poli reali distinti a parte reale negativa
    - ◯ due poli reali distinti a parte reale positiva

13. Il sistema descritto dalla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{3s^2+2s+1}{s(5s^3+2s^2+1)}$
    - ◯ ha 2 zeri e 3 poli
    - ◯ ha 2 zeri e 4 poli
    - ◯ ha 4 zeri e 2 poli

14. La Trasformata di Laplace del segnale $x(t) = 3t$ è
    - ◯ $X(s) = 3\frac{1}{s^2}$
    - ◯ $X(s) = \frac{1}{3}\frac{1}{s^2}$

◯ $X(s) = 3s^2$

15. Il "guadagno di anello" K del sistema di figura è:



◯ $K = ABCD$
◯ $K = ABC$
◯ $K = ACD$
◯ $K = AC$

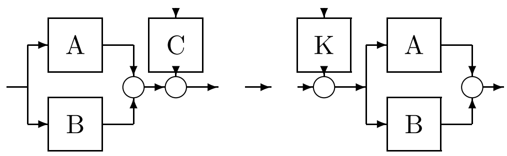
16. La Trasformata di Laplace $U(s) = \int_0^\infty u(t)e^{-ts}dt$ di un segnale $u(t)$ è definita $\forall\sigma > \sigma_0$. Il valore di σ_0 viene detto:

◯ dominio di convergenza
◯ coordinata di Laplace
◯ ascissa di convergenza

17. Dato un segnale $g(t)$ e la sua Trasformata di Laplace $G(s) = \mathcal{L}[g(t)]$, allora:

◯ $\lim_{t\to 0} g(t) = \lim_{s\to\infty} sG(s)$
◯ $\lim_{t\to 0} g(t) = \lim_{s\to 0} sG(s)$
◯ $\mathcal{L}[\int g(t)dt] = \frac{1}{s}G(s)$

18. Il nodo sommatore viene spostato a monte dei blocchi A e B come mostrato in figura. Il valore corretto per K è:



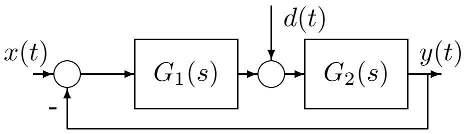
◯ $K = \frac{C}{A+B}$
◯ $K = \frac{C}{AB}$
◯ $K = C(A+B)$
◯ $K = C(AB)$

2 Esercizi

1. Utilizzando le trasformate ed antitrasformate di Laplace, determinare l'andamento $y(t)$ dell'uscita del sistema:
$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 6y(t) = 10u(t)$$
ad un ingresso a gradino unitario che si presenta all'istante $t = 0$.
note: *Si suppongono condizioni iniziali nulle (se diversamente specificato, occorre tenerle in debita considerazione). Trasformando termine a termine si ottiene:*
$$s^2Y(s) + 5sY(s) + 6Y(s) = 10U(s)$$
pertanto, quando $u(t) = h(t)$ *si ha* $U(s) = \frac{1}{s}$ *e:*
$$Y(s) = \frac{10}{s^2 + 5s + 6}\frac{1}{s}$$
e la risposta $y(t)$ *si ottiene antitrasformando:* $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]$. *Oppure, ricordando il risultato della teoria:*
$$y(t) = K\left[1 - \frac{1}{1-\delta^2}e^{-\delta\omega_n}sin(\omega_n\sqrt{1-\delta^2}t + \arccos(\delta)\right]$$

2. Determinare i valori dei parametri K, δ, ω_n in modo che il sistema descritto dalla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{K\omega_n}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$ presenti:
- un tempo di assestamento $T_a = 6\ sec$;
- un guadagno statico $G(0) = 5$;
- un sorpasso percentuale $S\% = 10\%$.

3. Sia dato il sistema di figura.



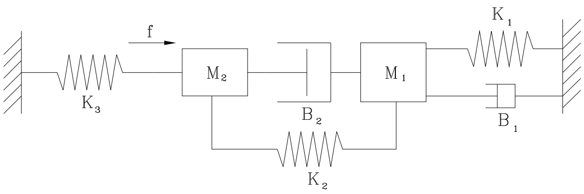
$$G_1 = \frac{2000(s+10)}{s^2+150s+5000}, \quad G_2 = \frac{100}{s+100}$$

a) Calcolare la funzione di trasferimento tra l'ingresso $x(t)$ e l'uscita $y(t)$ e tra il disturbo $d(t)$ e l'uscita $y(t)$.
note: *si ricordi il principio di sovrapposizione degli effetti.*

b) Determinare l' uscita (a regime) $y(t)$ considerando $d(t) = 0$ e $x(t) = h(t)$.

c) Considerando $G_1(s) = K$, $d(t) = 2h(t)$ e $x(t) = 0$, determinare il valore di K in modo che l'ampiezza dell'uscita (a regime) rispetti la condizione $|y|/|d| \leq 0.1$.

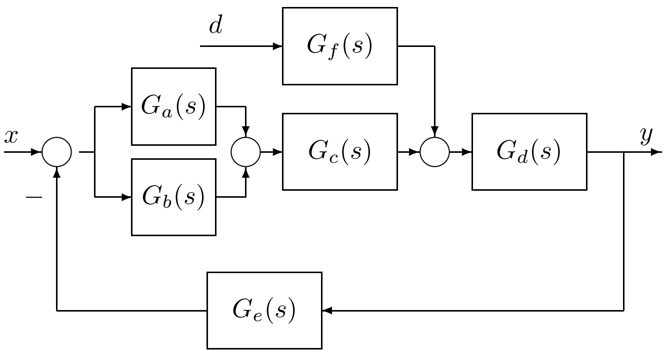
4. Determinare il modello matematico (eq.ni differenziali) che descrive il sistema meccanico mostrato in figura.



note: *scrivendo le equazioni del moto delle due masse si ottiene:*

$$\begin{cases} M_2\ddot{x}_2 &= f - K_3x_2 - B_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - K_2(x_2 - x_1) \\ M_1\ddot{x}_1 &= B_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_2(x_2 - x_1) - K_1x_1 - B_1\dot{x}_1 \end{cases}$$

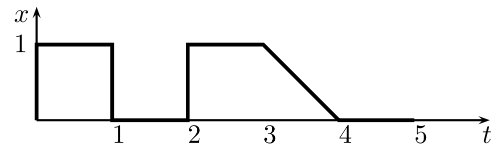
5. Sia dato il seguente schema a blocchi.



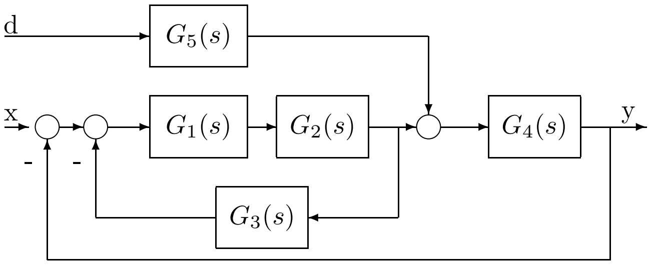
$$G_a(s) = K, \qquad G_b(s) = 10$$
$$G_c(s) = \frac{s-5}{s} \qquad G_d(s) = \frac{s+1}{s+10}$$
$$G_e(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_f(s) = \frac{5}{s+1}$$

Determinare le funzioni di trasferimento $G_xs = Y(s)/X(s)$ e $G_d(s) = Y(s)/D(s)$ definite rispettivamente tra l'ingresso $x(t)$ e il disturbo $d(t)$ e l'uscita $y(t)$.

6. Determinare l'espressione analitica e l'andamento grafico dell'uscita $y(t)$ di un integratore in risposta al segnale $x(t)$ di ingresso di figura.



7. Sia dato il sistema in retroazione di figura.



$G_1 = K;$ $\quad G_2 = \dfrac{10}{s+10}$

$G_3 = 2;$ $\quad G_4 = 10$

$G_5 = 5$

Determinare le funzioni di trasferimento $G_x s = Y(s)/X(s)$ e $G_d(s) = Y(s)/D(s)$ definite rispettivamente tra l'ingresso $x(t)$ e il disturbo $d(t)$ e l'uscita $y(t)$.