Esempi di Esercizi e Quiz d'Esame - parte II

Nicola Diolaiti

Esercitazioni di Controlli Automatici LA (Prof. C. Melchiorri)

1 Quiz

1. Per un sistema con una coppia di poli complessi coniugati dominanti, i luoghi del piano s dei punti con tempo di assestamento T_a costante sono:

⊗ rette parallele all'asse immaginario con ascissa negativa

○ rette uscenti dall'origine

○ circonferenze di centro l'origine

2. Un sistema del 2^o ordine che presenta un coefficiente di smorzamento $\delta < -1$ è caratterizzato da:

○ due poli complessi coniugati a parte reale negativa

○ due poli complessi coniugati a parte reale positiva

○ due poli reali distinti a parte reale negativa

⊗ due poli reali distinti a parte reale positiva

3. La funzione complessa $X(s) = \frac{1}{(s+3)^2}$ è la trasformata di Laplace di:

⊗ $x(t)$ tale che $\lim_{t\to\infty} = 0$

⊗ $x(t)$ tale che $\lim_{t\to\mathbf{0}} = 0$

○ $x(t) = te^{-(t-3)}$

○ $x(t) = t^2e^{-3t}$

4. La funzione di risposta armonica di un sistema lineare $G(s)$ può essere determinata "sperimentalmente"

○ se $G(s)$ è semplicemente stabile

⊗ se $G(s)$ è asintoticamente stabile

○ anche se il sistema è instabile

5. L'istante di massima sovraelongazione T_m delle risposta al gradino di un sistema lineare del 2^o ordine stabile, privo di zeri e con due poli complessi coniugati $p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega$ è:

○ $T_m = \frac{\pi}{\sigma}$

⊗ $T_m = \frac{\pi}{\omega}$

○ $T_m = \frac{\pi}{\sigma\omega}$

6. Un sistema lineare avente solo poli semplici, tutti posizionati sull'asse immaginario, è:

⊗ semplicemente stabile

○ instabile

○ asintoticamente stabile

7. Si ponga la funzione $x(t) = \sin 2t$ in ingresso al sistema $G(s) = \frac{2}{s+2}$. A regime, l'ampiezza A e la fase ϕ della sinusoide $A \sin(2t + \phi)$ in uscita valgono:

○ $A = 1/2,\ \phi = \pi/4$

○ $A = 1/2,\ \phi = -\pi/4$

○ $A = 1/\sqrt{2},\ \phi = \pi/4$

⊗ $A = 1/\sqrt{2},\ \phi = -\pi/4$

8. Il valore iniziale per $t = 0^+$ della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \frac{2s+3}{s^2+4}$ è:

○ $g(0^+) = 0$

○ $g(0^+) = 1$

⊗ $g(0^+) = 2$

○ $g(0^+) = 3$

2 Esercizi

1. Determinare il valor medio ed i primi due coefficienti r_1 ed r_2 ed i relativi sfasamenti ϕ_1 e ϕ_2 dello sviluppo in serie di Fourier del segnale periodico di periodo T tale che nel primo periodo si ha il seguente andamento:

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & 0 < t < T/4 \\ 0 & T/4 < t < 3T/4 \\ -1 & 3T/4 < t < T \end{cases}$$

Si calcoli quindi l'uscita a regime $y(t)$ del sistema $G(s) = \frac{20}{s+100}$ quando si ha in ingresso il segnale: $x_2(t) = r_1 \sin(\omega_0 t) + r_2 \sin(2\omega_0 t)$.

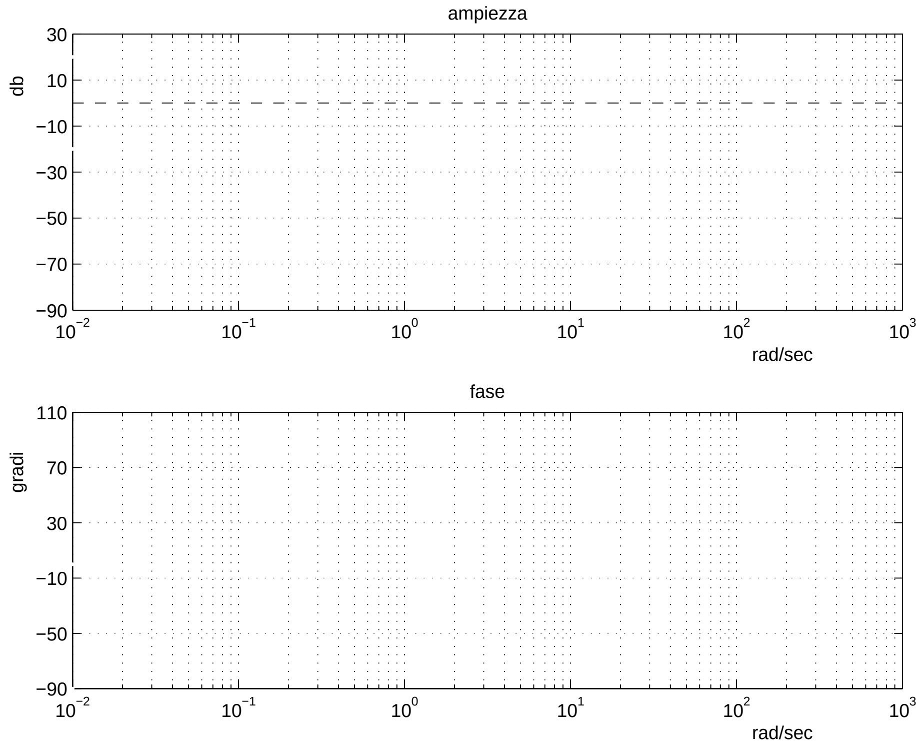
2. Tracciare il diagramma di Bode dell'ampiezza e della fase (approssimazioni asintotiche) della funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s+10}{s+100}$$

(suggerimento: si traccino i diagrammi dei termini elementari dopodiché se ne esegua la somma per via grafica)

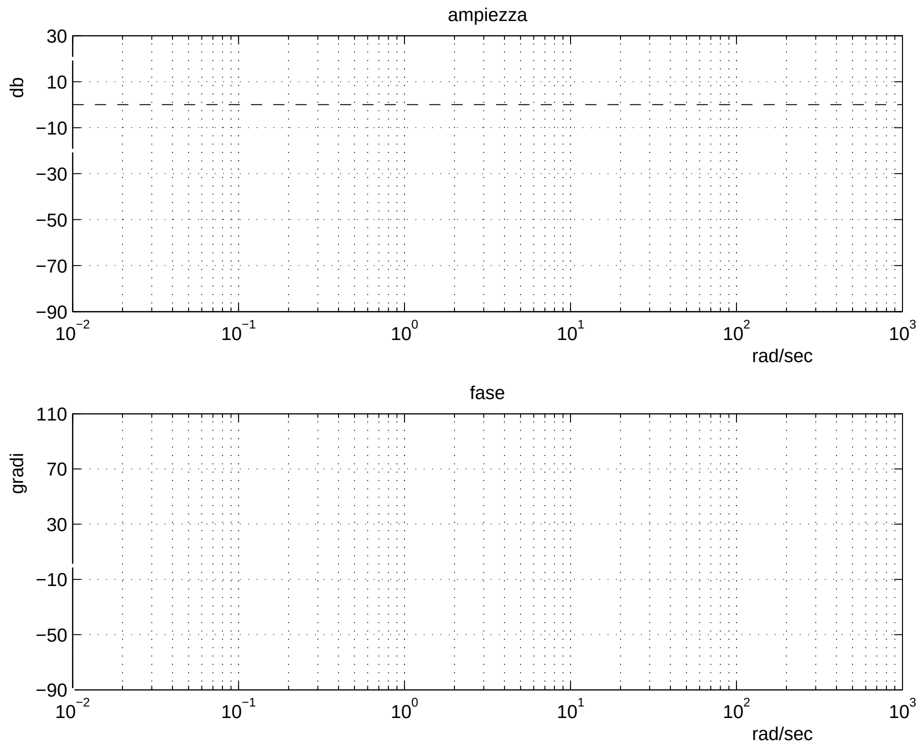
3. Si calcoli l'ampiezza e la fase della sinusoide $y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ che costituisce l'uscita a regime del sistema precedente quando in ingresso si ha il segnale $x(t) = 5 \sin(2t)$.

4. Utilizzando il reticolo sottostante, si tracci il diagramma di Bode (approssimazioni asintotiche) della funzione di trasferimento $G(s) = 200\frac{s+0.2}{s+70}$ evidenziando anche quelli dei termini elementari



A quale punto del diagramma corrisponde il guadagno statico di $G(s)$? Quanto vale in dB (lo si legga dal diagramma stesso)?

5. Utilizzando il reticolo sottostante, si tracci il diagramma di Bode (approssimazioni asintotiche) della funzione di trasferimento $G(s) = \frac{s+70}{200(s+0.2)}$ evidenziando anche quelli dei termini elementari



Si confronti il grafico ottenuto con quello del punto precedente

3 Commenti agli esercizi

1. Una volta calcolati i coefficienti di Fourier secondo la formula nota dalla teoria, il segnale

$$x_2(t) = s_1(t) + s_2(t) = r_1 \sin(\omega_0 t) + r_2 \sin(2\omega_0 t)$$

viene dato in ingresso al sistema $G(s)$. Per via della proprietà di sovrapposizione degli effetti, l'uscita a regime sarà del tipo:

$$y(t) = y_{s1}(t) + y_{s2}(t)$$

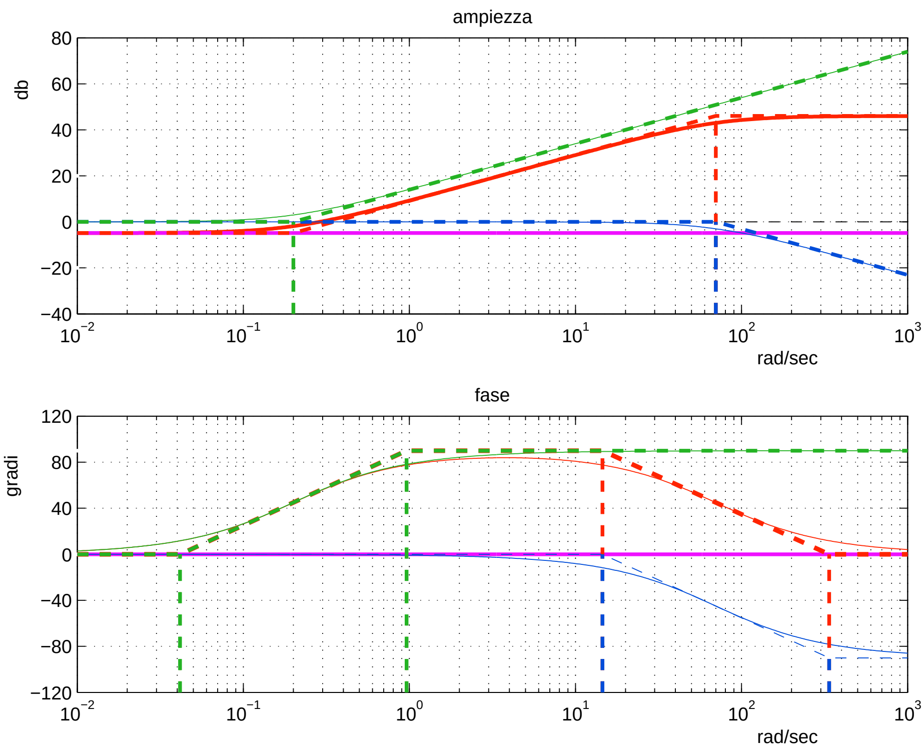
Quindi occorre calcolare la risposta armonica di $G(s)$ per $\omega = \omega_0$ e $\omega = 2\omega_0$, essendo $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, e si ottiene:

$$y_{s1}(t) = |G(j\omega_0)| r_1 \sin(\omega_0 t + \arg G(j\omega_0))$$

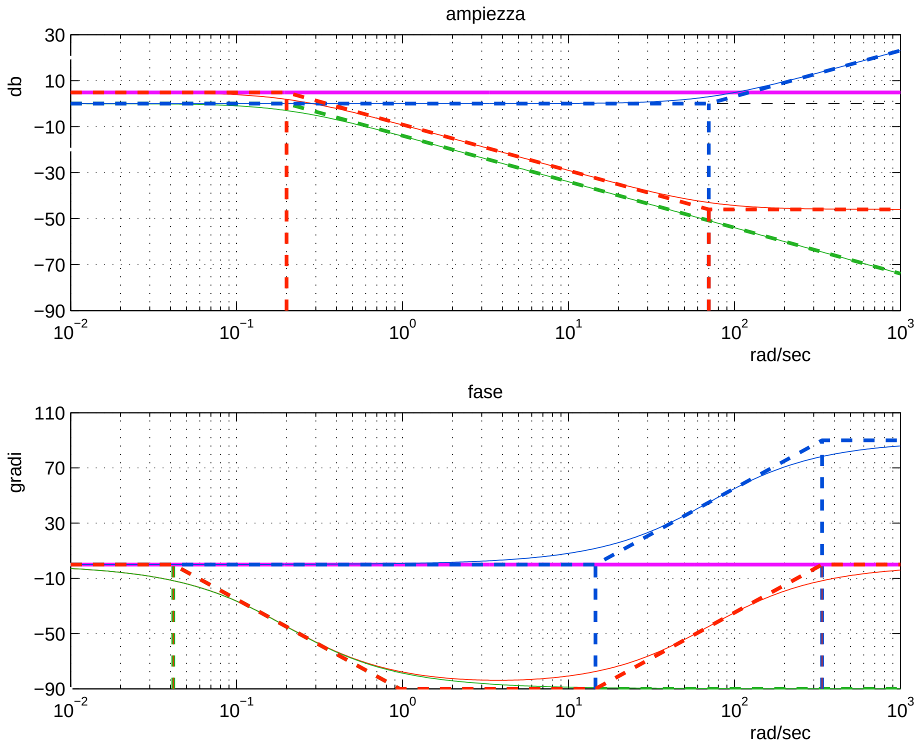
$$y_{s2}(t) = |G(j2\omega_0)| r_2 \sin(2\omega_0 t + \arg G(j2\omega_0))$$

2. Si suggerisce di utilizzare una scala logaritmica adeguatamente graduata (ad es. 4cm per decade)

3. Si ottengono i grafici seguenti:



4. Si ottengono i grafici seguenti:


ampiezza
db
30
10
−10
−30
−50
−70
−90
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
rad/sec
fase
gradi
110
70
30
−10
−50
−90
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
rad/sec